

Монохроматическая радуга

Как будет выглядеть радуга, созданная солнечными лучами, если рассматривать её через светофильтр с очень узкой полосой пропускания?

Вопрос, вполне достойный того, чтобы попасть в турнир юных физиков. Правда, пока он еще не был использован в этом соревновании. Я его регулярно задаю школьникам одиннадцатиклассникам и студентам младших курсов. Уточняю, что наблюдать нужно за «первой» самой яркой радугой. Она образуется лучами света, которые дважды преломились на поверхности раздела «воздух-вода» капель воды и, соответственно, были однократно отражены от поверхности «вода-воздух» внутри капель. Светофильтр выбирает длину волны, соответствующую максимуму яркости солнечного излучения (желтый цвет).

Первое, что обычно слышишь в ответ на этот вопрос, это то, что радуга будет видна, как часть кольца, образованного очень тонкой светящейся полоской. После дополнительного вопроса: «А какова угловая ширина этой тонкой полоски?» - обычно следует продолжительная пауза. Затем все-таки вспоминают, что Солнце имеет угловой размер около $0,5^\circ = 0,0087$ рад. Но это не совсем правильный ответ, так как у монохроматической радуги (МР) будет ненулевой угловой размер, даже если Солнце станет точечным источником (такими источниками можно считать, например, далекие звезды). Угловое разрешение нормального человеческого глаза равно примерно 10^{-4} рад $\approx 3,4$ угловых минуты (1 минута = $1/60$ градуса). Если ширина МР больше, чем эта величина, то мы будем видеть радугу, как полосу не вполне определенной ширины.

Слова «не вполне определенной» сказаны потому, что зрение, как и любое другое чувство, доступное человеку, имеет так называемый динамический диапазон различимых сигналов. Если, например, поле зрения разделяется на две однородные области, отличающиеся яркостью, то глаз ощущает эти области, как разные, только в том случае, если отличие яркостей не меньше, чем 5%. Для узкой светящейся полосы на темном фоне в качестве такого отличия можно принять величину в несколько раз большую, например 50%. В этом случае можно говорить о «полуширине» полоски.

Если светящаяся полоска наблюдается на фоне, который имеет некоторую яркость, то картина станет менее контрастной, и полоска будет казаться немного «уже». Фоном для обычной естественной радуги выступает светящийся слой воздуха, пронизываемый солнечными лучами. Нередко обычная радуга наблюдается на фоне темного облака, когда рассеянный толстым слоем атмосферного воздуха солнечный свет не мешает наблюдению радуги. В этом случае фон создается светом, рассеянным по всем направлениям теми же каплями воды, от которых образуется радуга.¹

В качестве условий, уточняющих ситуацию, можно принять, что свет излучается бесконечно удаленным точечным источником, что сферические капли находятся от наблюдателя на расстоянии $L > 1000$ м, диаметры капель одинаковые и равны 3 мм. Радуга видна на фоне очень темного облака. Лучи в том месте, где находится наблюдатель, параллельны поверхности Земли. Показатель преломления для

¹ Недавно я наблюдал очень яркую радугу как раз на фоне темного облака. Были видны и первая и вторая радуги, но не было видно множественных радуг. Я обратил внимание на то, что фон внутри первой радуги во всем диапазоне углов от 0° до 40° был заметно ярче, чем фон вне этой области.

выделенного (желтого) цвета равен $n = 4/3 = 1,3(3)$. В указанных условиях зрение не позволяет видеть отдельные капли, так как их угловой размер меньше предела углового разрешения глаза. Лучи, идущие от верхней части радуги к наблюдателю, составляют с горизонтом угол $\approx 42^\circ$. Этот угол находится из условия экстремума (минимума в данном случае) угла отклонения лучей света от своего первоначального направления распространения. Максимум яркости радуги будет, очевидно, при немного меньшем угле. Насколько велико это «немного меньше», нам и следует установить!

Как в домашних (или школьных) условиях можно увидеть монохроматическую радугу? Легче всего её получить с помощью лазерной указки и стеклянного цилиндра. Световые пятна удобно наблюдать на стене, на экране или белой бумаге. Закрепив вертикально цилиндр, перемещаем лазерную указку перпендикулярно направлению её излучения в горизонтальном направлении. При этом луч света лазера остаётся параллельным выбранному направлению. На экране наблюдаются пятна в направлениях, соответствующих «радугам». Эти пятна при перемещении указки в некотором диапазоне практически не меняют своего положения. Конечно, это не радуга в обычном понимании этого слова, но концентрация света, преломленного на цилиндрической поверхности, в некоторых направлениях видна отчетливо – а это именно тот эффект, который обуславливает появление естественной радуги.

Полученная в домашнем эксперименте «радуга» содержит несколько выделенных направлений, которые соответствуют естественным радугам больших порядков, которые обычно трудно наблюдать.

При внимательном рассмотрении «радуг» можно обнаружить, что самое яркое пятно всегда возникает в «сопровождении» множества маленьких пятен, которые соответствуют отклонению света на большие углы. Происхождение этих пятен имеет интерференционный характер. У меня был стеклянный цилиндр диаметром 3 мм и лазерная указка с красным цветом свечения ($\lambda \approx 0,65$ мкм). Угловой размер «главного» - самого яркого пятна, соответствующего нулевому порядку интерференции – был равен примерно $7\text{мм}/1500\text{мм} \approx 5 \times 10^{-3}$, а между «главным нулевым» максимумом и «первым интерференционным» угловое расстояние равнялось примерно $5\text{мм}/1500\text{мм} \approx 3 \times 10^{-3}$. Угловое расстояние между соседними интерференционными максимумами убывает по мере увеличения порядка интерференции.

Угловой размер пятен и угловое расстояние между пятнами определяется соотношением между длиной волны λ и шириной участка на поверхности стеклянного цилиндра A , с которого в данном направлении концентрируются лучи. Ширина этого участка измеряется в направлении перпендикулярном лучам света, образующим пятна (радугу).

$$\Delta\varphi = \frac{\lambda}{A}.$$

Экспериментальные данные соответствовали ширине участка A равной примерно 0.1 радиуса цилиндра. Эти данные касаются только одной «первой» радуги. Естественно, можно экспериментально получить аналогичные сведения и о радугах других порядков (это, я полагаю, сделают сами читатели со своими учениками).

Для выбранных конкретных условий эксперимента (диаметр капель 3 мм – совпадает *совершенно случайно* с диаметром имевшегося у меня стеклянного цилиндра) выяснилось, что угловой размер монохроматической радуги от Солнца

определится не только угловым размером самого Солнца – 0,0087 рад, но и интерференционным углом $\approx 0,005$ рад.

Поскольку угловой размер Солнца больше, чем угловые расстояния между любыми соседними интерференционными максимумами (максимальное угловое расстояние между нулевым и первым равно 0,003 рад, а остальные ещё меньше) то в условиях данного мысленного эксперимента у монохроматической радуги не будут видны интерференционные максимумы, а будет лишь широкая $\approx 1^\circ = 0.017$ рад (или узкая – смотря с чем сравнивать) полоса с изменяющейся по углу интенсивностью. (Интересно было бы вывести формулу, описывающую эту угловую зависимость, но пусть этим займутся заинтересовавшиеся читатели!)

Итак, ответ на вопрос, сформулированный в начале статьи:

Как будет выглядеть радуга, созданная солнечными лучами, если рассматривать её через светофильтр с очень узкой полосой пропускания?
неоднозначен. Он зависит от соотношения между диаметром капель и длиной волны излучения, пропускаемого светофильтром.

Мне долго не давали покоя воспоминания о неоднократно виденных мною множественных радугах, когда соседние радуги (3-5 штук) располагались на угловых расстояниях 3° - 5° друг от друга, были значительно менее яркими, чем основная «первая» радуга, и располагались внутри «первой» радуги. Теперь, похоже, я нашел для себя объяснение виденному. Если капельки воды, на которых преломляются солнечные лучи, все имеют примерно одинаковый диаметр и этот диаметр равен, например, 0,2 мм, то угловые расстояния между интерференционными максимумами станут равными 0,05 рад или около 3° . Дождь, как, наверное, все помнят, начинается с крупных капель, а затем часто переходит в мелкую «морось». Так вот, крупные капли воды вместе с мелкими дают яркую «первую» радугу, а мелкие капельки ответственны за появление множественных радуг, которые являются интерференционными «близнецами» первой радуги.

Осталось невыясненным соотношение между минимальной яркостью фона и яркостью полосы «первой» радуги, но нахождение этого соотношения является чисто техническим делом, связанным с серьезными математическими трудностями. К поставленному перед нами главному вопросу (смотри в начало статьи) решение этой задачи имеет второстепенное отношение, так как радуги экспериментально наблюдаются! Что не может не радовать нас!

С. Варламов

1 мая 2003 г.