

Когда выгоднее путешествовать на воздушном шаре?

Первыми путешественниками на воздушном шаре были, как известно, баран, утка и... (вот не помню, кто был третьим!). Ну, да не в этом дело, важно знать, кто был первым!

Воздушный шар с горелкой для подогрева воздуха сейчас уже не является диковинкой. Такое средство для полетов гораздо безопаснее, чем оболочка, наполненная водородом, и гораздо дешевле, чем оболочка, наполненная гелием. Оболочка шара сделана из прочной, гибкой и термостойкой ткани.

Воздух, окружающий шар, при температуре 0°C имеет вблизи поверхности земли плотность около $\rho_0 = 1,3 \text{ кг/м}^3$. Подогретый до 100°C воздух имеет плотность $\rho_1 = 1,3 \times 273/373 = 0,95 \text{ кг/м}^3$. Чтобы поднять в воздух человека (100 кг), корзину (100 кг), оболочку шара (100 кг) и запас топлива с горелкой (100 кг) нужно чтобы диаметр шара с горячим воздухом был равен примерно 13 м.



Конечно, реальный воздушный шар вовсе не имеет форму геометрически правильного шара, и температура воздуха в нем не такая высокая (то есть размеры шара больше тех, что мы получили в качестве оценки), но его характерный размер оценен правильно. Если максимальная температура, до которой разрешается нагревать воздух в шаре, по соображениям безопасности не превышает 150°C , то такой шар может взять в полет не одного, а трех пассажиров или какой-нибудь полезный груз.

Размеры оболочки (максимальный объем, который можно заполнить горячим воздухом) путешественники на шаре во время полета изменить не могут. Поэтому для управления грузоподъемностью шара то включается, то выключается горелка. Шар может не двигаться относительно окружающего воздуха в те редкие мгновения, когда сила тяжести и архимедова сила, действующие на шар, в сумме дают ноль. Если в это время горелка не

работает, то через некоторое время шар начнет опускаться, так как воздух в нем постепенно охлаждается. Если же горелка работает, то продолжающийся подогрев воздуха приведет к тому, что шар начнет подниматься вверх. Ситуация напоминает эквилибриста на канате, который должен непрерывно «балансировать», чтобы не упасть. Поскольку при движении в воздухе (вверх или вниз) воздушный шар испытывает сопротивление воздуха, то скорость его движения очень быстро устанавливается. То есть сумма всех сил, действующих на шар, (включая силу сопротивления) практически всегда равна нулю.

Несколько непростых вопросов я всегда задаю своим ученикам, когда в 10 классе мы изучаем газовые законы и термодинамику (третий вопрос сформулирован в названии этой статьи).

1. Сколько топлива нужно взять с собой путешественникам, чтобы продержаться в воздухе 1 час?
2. Какой запас балласта должны иметь на всякий случай (вдруг сломается горелка) путешественники, чтобы они могли опуститься на землю с высоты 1 км и обеспечить скорость приземления не больше 1 м/с ?
3. Когда выгоднее путешествовать на воздушном шаре? То есть, при какой температуре окружающего воздуха один килограмм топлива обеспечивает максимальное время полета?
4. С какой установившейся скоростью будет опускаться шар, если температура теплого воздуха внутри шара стала на 1° меньше, чем температура, при которой сила тяжести компенсируется архимедовой силой?

Давайте разберемся с поставленными вопросами, и, прежде всего, с последним вопросом. Воздушный шар имеет в нижней части отверстие, через которое воздух нагревают. Через это же отверстие воздух внутри шара сообщается с окружающим шар холодным воздухом. После выключения горелки в верхней части объема шара воздух горячий, а в нижней части воздух имеет температуру окружающей среды. Воздух плохой проводник тепла, поэтому охлаждение горячего воздуха в верхней части шара приводит к тому, что в нижнюю часть шара входит воздух при температуре окружающей среды. При этом форма шара практически не изменяется. Таким образом, грузоподъемность шара обеспечивает одна и та же масса нагретого воздуха при постоянном давлении, а не один и тот же объем. Если в какой-то момент времени t сила тяжести компенсировалась архимедовой силой при температуре горячего воздуха 100°C , то выполнялось равенство:

$$Mg = (\pi D^3/6) \rho_0(1 - 273/373) = F_{\text{Арх}}(t_0).$$

После того, как горячий воздух остыл на 1° , архимедова сила уменьшилась:

$$F_{\text{Арх}}(t_1) = (372/373) (\pi D^3/6) \rho_0(1 - 273/372) = F_{\text{Арх}}(t_0)(1 - 0,01).$$

Архимедова сила уменьшилась на 1%. Если она была равна 4000 Н, то стала на 40 Н меньше. Разумно предположить, что шар при движении в воздухе испытывает сопротивление воздуха, пропорциональное площади поперечного сечения S , квадрату скорости движения относительно воздуха U^2 и плотности окружающего воздуха ρ_0 . Если число Рейнольдса $(UD\rho_0)/(2\eta)$ для шара больше 100, то реализуется турбулентный механизм трения:

$$F_{\text{сопр.}} = K \times S \times (\rho_0 U^2/2)$$

Здесь η – это динамическая вязкость воздуха (10^{-5} СИ), $\rho_0 U^2/2$ – это динамическое давление. K – коэффициент пропорциональности, зависящий от формы тела.

При числах Рейнольдса от 100 до 10^5 для шара коэффициент K равен примерно 0,4. При числах больших 10^5 этот коэффициент уменьшается до 0,2. В нашем случае следует брать $K = 0,2$. Действительно, оценка скорости опускания шара, проведенная в соответствии с указанной зависимостью силы сопротивления от скорости, дает величину скорости: 1,5 м/с. Для этой скорости число Рейнольдса равно: $1,3 \times 10^6$.

Чтобы скорость спуска нашего шара ($M = 400$ кг, $D = 13$ м) была меньше 1 м/с, нужно, чтобы сила Архимеда и сила тяжести отличались меньше, чем на 0,5%, то есть температура не должна отличаться больше, чем на $0,5^\circ$ от «равновесной».

Какую массу m балласта следует выбросить за борт корзины, чтобы восстановить равенство силы тяжести и Архимедовой силы при понижении температуры горячего воздуха от 100° до 99° ? (Окружающий шар воздух имеет температуру 0°C .)

$$(M - m)g = Mg(1 - 0,01)$$

Отсюда $m = 4$ кг.

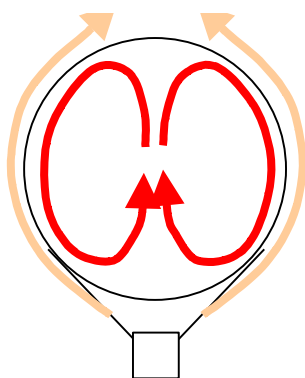
Бытует известное заблуждение, что:

«Воздушный шар поднимается до тех пор, пока не достигнет слоев воздуха, имеющих столь малую плотность, что выталкивающая сила становится равной силе тяжести, действующей на шар.»

Это утверждение можно считать справедливым только для шаров с герметичной оболочкой, заполненной водородом, гелием, или каким-либо другим газом с плотностью, меньшей, чем плотность воздуха при одинаковой температуре и давлении. При этом неважно, будет оболочка растяжимой или жесткой. К воздушному шару с горячим воздухом это утверждение неприменимо, так как шар прекращает подниматься вверх не потому, что плотность воздуха снаружи из-за подъема уменьшается, а потому, что воздух прекращают нагревать! Воздух в шаре без подогрева охлаждается и увеличивает свою плотность.

Потери тепла через оболочку происходят посредством двух механизмов теплопередачи: за счет излучения и за счет теплопроводности (которая приводит к возникновению конвекции). Оценим вклады каждого механизма в «общее дело».

Оболочка шара обычно делается из материи, не пропускающей воздух и имеющей плотность, чуть меньшую, чем плотность воды (10^3 кг/м³). Исходя из наших оценок размера шара ($D = 13$ м) и массы оболочки (100 кг), получим, что толщина оболочки равна примерно 0,2 мм. Воздух, прилегающий к оболочке, по обе стороны от неё находится в движении.



Внутри оболочки прилегающий к ней воздух охлаждается и опускается вниз, а снаружи оболочки прилегающий к оболочке воздух нагревается и поднимается вверх. Схематично такие движения воздуха изображены стрелками на рисунке. Воздух внутри оболочки движется аналогично вихревому движению клубов дыма, поднимающихся в холодном воздухе. При этом горелка обеспечивает дополнительный подогрев воздуха в центральной части шара. Отличие состоит в том, что в случае воздушного шара

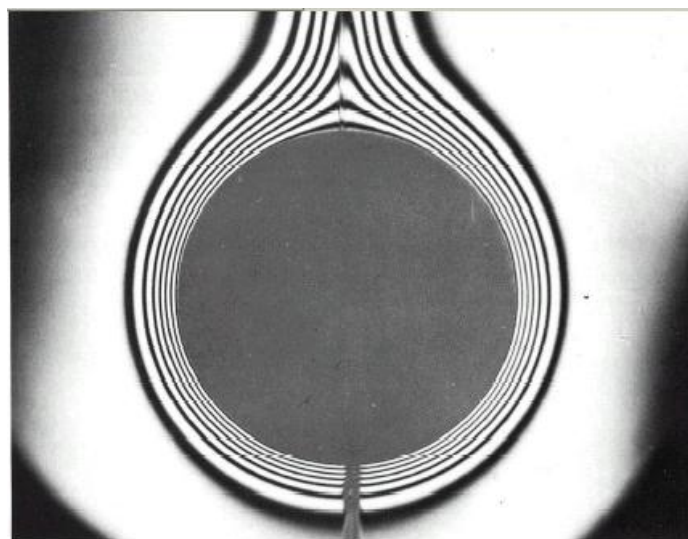
оболочка имеется, а в случае клубов дыма её нет.

Оболочка изнутри подогревается излучением горячего воздуха и за счет конвекции горячего воздуха внутри шара, а снаружи поток излучения от оболочки превышает приток энергии за счет излучения окружающего холодного воздуха, и, кроме того, энергию от оболочки уносит конвективный поток нагретого воздуха. Разумно предположить, что оболочка, находясь на границе раздела горячего и холодного воздуха, имеет температуру где-то между 100°C и 0°C .



208. Линии тока в конвективном движении между соосными цилиндрами. Дым от сигареты демонстрирует структуру вполне развитого ламинарного течения в воздухе при атмосферном давлении. Диаметр внешнего цилиндра в три раза больше диаметра внутреннего, причем внешний цилиндр холоднее внутреннего на $14,5^{\circ}\text{C}$, что дает число Грасгофа, рассчитанное по ширине зазора, равное 120 000. [Grigull, Hauf, 1966]

На рисунке 208 показаны линии тока воздуха с дымом при конвективном движении. Воздух движется в пространстве между двумя коаксиальными цилиндрами. Внутренний цилиндр имеет большую температуру, чем внешний.



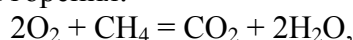
206. Свободная конвекция от горизонтального цилиндра. Крутовой цилиндр диаметром 6 см и длиной 60 см равномерно нагрет до температуры, превышающей температуру окружающего воздуха на 9°C , что дает число Грасгофа, равное 30 000.

На рисунке 206 показано распределение температуры в воздухе вокруг нагретого на 9° выше окружающего воздуха длинного медного цилиндра диаметром 6 см. Визуализация разных температур осуществлялась интерферометрическим методом. Оба рисунка взяты из «Альбома течений жидкостей и газа» М. Ван-Дайка. Видно, что вокруг горячего тела

возникает поток воздуха, и толщина слоя движущегося воздуха составляет малую часть диаметра тела. По-видимому, ситуация будет такой же и для рассматриваемого нами воздушного шара.

Предположим сначала, что оба механизма теплопередачи обеспечивают независимые друг от друга потоки теплоты.

Проще всего (в рамках сделанных предположений) оценить поток теплоты, связанный с излучением. Для начала укажем, что по результатам измерений выяснилось, что ИК излучение проникает сквозь безоблачный нижний слой атмосферы Земли (3 - 5 км) только на 5%. Остальные 95% поглощаются водяными парами и углекислым газом, содержащимися в атмосфере. Из этого следует, что при прохождении через слой воздуха толщиной в 1 км теряется около 60% излучения. В горячем воздухе внутри шара концентрация молекул воды и углекислого газа выше, чем в чистом воздухе. При 100% использовании кислорода воздуха, подогреваемого горелкой, и сжигании метана доля молекул воды и углекислого газа в воздухе не превышает 30%. Действительно, исходя из химического уравнения реакции горения:



можно видеть, что на две молекулы кислорода приходится три молекулы продуктов сгорания. Реальный КПД использования кислорода воздуха может быть в несколько раз меньше. Будем исходить из величины 3% содержания продуктов сгорания в воздухе, находящемся внутри шара.

В чистом воздухе при 0°C и влажности 50% концентрация молекул воды и углекислого газа вместе составляют около 0,3%. Отсюда следует вывод, что 60 % излучения поглотилось бы в воздухе такого же состава, как в шаре, при прохождении расстояния 100 метров. Характерная длина пробега ИК излучения в шаре равна его радиусу (6,5 м), следовательно, на таком отрезке пути поглощается примерно 6% излучения.

Действительно $(1-0.06)^{100/6.5} = 0,38 \approx 0,4$.

Эта оценка нам нужна для того, чтобы выбрать правильную величину коэффициента теплового излучения воздуха внутри шара.

Запишем уравнение теплового баланса для оболочки, которая получает теплоту от воздуха внутри шара и воздуха снаружи, а излучает наружу, как черное тело с коэффициентом нечерноты 0,5. Излучение оболочки внутрь шара поглощается в основном самой оболочкой и воздухом внутри шара, поэтому не влияет на условие теплового баланса.

$$0,5 \times \sigma (T_{\text{обол}})^4 \times S = +0,5 \times 0,06 \times S \times \sigma (T_{\text{шар}})^4 + 0,5 \times 1 \times S \times \sigma (T_{\text{воздух}})^4$$

В принятых нами условиях и с учетом сделанных предположений температура оболочки будет равна 286К или 13°C. Мощность тепловых потерь при учете только механизма излучения будет, следовательно, вычисляться в соответствии с формулой:

$$W = 0,5 \times \sigma \times (T_{\text{обол}})^4 \times S - 0,5 \times S \times \sigma (T_{\text{воздух}})^4 \approx 16 \text{ кВт}$$

Разница температур между внутренней и внешней сторонами оболочки для обеспечения такого теплового потока при теплопроводности оболочки такой же, как у резины (0,15 Вт/(м×К)), может быть найдена из соотношения:

$$500 \text{ (м}^2\text{)} \times \Delta t \times (0,15 \text{ Вт/(м} \times \text{К)}) / 0,0002 \text{ (м)} = 16 \text{ кВт.} \quad \Delta t = 0,04 \text{ К.}$$

То есть мы правильно считали, что оболочка имеет одинаковую температуру на внутренней и внешней поверхности.

Заметим, что при учете только работы механизма излучения разница температур Δt_1 воздуха внутри шара и оболочки и разница температур Δt_2 оболочки и воздуха снаружи отличаются в восемь раз. Это говорит о том, что механизм теплообмена, связанный с теплопроводностью (и, соответственно, с конвекцией) работает так, что изнутри шара к оболочке поступает теплоты примерно в 8 раз больше, чем отводится от неё наружу. Мы пришли к противоречию со сделанным нами сначала предположением, что разные механизмы теплопередачи работают независимо. Чтобы это предположение подтвердилось, мы должны были бы получить температуру оболочки около 50°C .

Теперь нужно рассмотреть гораздо более сложный механизм теплопередачи, связанный с теплопроводностью (и, соответственно, с конвекцией). Снова предположим, что этот механизм работает в одиночку, то есть оболочка шара имеет температуру $(T_{\text{шар}} + T_0)/2$.

Для упрощения модели примем, что горячее тело имеет форму цилиндра высотой D и диаметром D . Теплообмен происходит только на боковых стенках цилиндра. Будем считать, что прилегающий к теплому цилиндру снаружи слой воздуха толщиной d , которую еще предстоит вычислить, движется вверх с постоянной скоростью V , которая нам пока тоже не известна. За время прохождения мимо цилиндра температура воздуха поднимается от T_B до $(T_{\text{цил}} + T_B)/2$. Средний за время движения вдоль стенки цилиндра градиент температур, за счет которого воздух нагревается, равен $(T_{\text{цил}} - T_B)/d$. Теплопроводность воздуха α равна $0.02 \text{ Вт}/(\text{м}\times\text{К})$. Средняя температура воздуха в движущемся вокруг цилиндра кольце воздуха равна:

$$[T_B + (T_{\text{цил}} + T_B)/2]/2 = 3/4 T_B + 1/4 T_{\text{цил}}$$

Скорость движения связана с плотностью воздуха и разностью статических давлений уравнением Бернулли (если пренебречь вязкостью воздуха). Если же принять, что на малой части ширины потока (пусть эта часть составит $d/3$) скорость возрастает (от стенки сосуда) до максимального значения V , то можно учесть вязкое трение воздуха о стенку цилиндра и считать, что подъемная сила уравновешивается силой трения о стенку цилиндра. Понятно, что модель будет сильно упрощенной. Как сильно будут отличаться характеры течения воздуха около модельного цилиндра и около реального шара можно проверить только экспериментально.

Как говорится «За неимением гербовой бумаги, пишут на простой». Попробуем использовать описанную модель.

Первое условие: максимальная скорость движения воздушного потока и разность плотностей окружающего воздуха и средней плотности воздуха в потоке связаны соотношением Бернулли:

$$\rho V^2/2 = \rho g D (1 - T_0/T_{\text{гор возд}}) = \rho g D (T_{\text{цил}} - T_B)/(T_{\text{цил}} + 3 T_B)$$

$$V^2 = 2gD \times (T_{\text{цил}} - T_B)/(T_{\text{цил}} + 3 T_B).$$

Это оценка максимальной скорости потока в пренебрежении вязкостью воздуха.

Второе условие: за время прохождения мимо горячего цилиндра поток воздуха нагревается до температуры $3/4 T_B + 1/4 T_{\text{цил}}$, отсюда следует:

$$(D/V) \times \alpha \times \pi D^2 \times (T_{\text{цил}} - T_B)/d = C_p \rho \times d \times V \times \pi \times D \times (D/V) \times (T_{\text{цил}} - T_B)/4.$$

$$d^2 = 4 \alpha D / (V C_p \rho)$$

Третье условие: сила вязкого трения должна быть значительно меньше, чем подъемная сила, действующая на поток воздуха (если действительно силами вязкого трения можно пренебрегать). Вязкость воздуха $\eta = 10^{-5}$ (СИ).

$$d \times \pi \times D \times \rho \times g \times D (T_{\text{цил}} - T_{\text{в}}) / (T_{\text{цил}} + 3 T_{\text{в}}) \gg \pi D^2 \eta V / (d/3) \\ (1/6) V \times \rho \times (d^2/D) / \eta \gg 1$$

Последнее условие соответствует тому, что для данного потока число Рейнольдса много больше единицы.

Если вязкое трение уравнивает подъемную силу, то последнее неравенство должно превратиться в равенство:

$$(3/2) V \times \rho \times (d^2/D) / \eta = 1$$

Подставим в полученные соотношения числовые данные.

Из первого условия следует, что максимальная скорость воздуха в потоке равна 3,3 м/с.

Из второго условия следует, что толщина движущегося слоя теплого воздуха равна 2 см.

Третье условие: $(3/2)V \times \rho \times (d^2/D) / \eta = 2 > 1$ при выбранных параметрах неравенство выполняется! Но неравенство «не сильное» (\gg), силы трения составляют 0,5 от подъемной силы. То есть силы вязкого трения в действительности немного уменьшат скорость потока теплого воздуха. Однако тепловые потери останутся при этом практически теми же. Дело в том, что масса воздуха, проходящая мимо горячего цилиндра, уменьшится в некоторое количество раз (скажем, в 1.5 раза) и во столько же раз увеличится время прохождения, а, следовательно, во столько же раз увеличится нагрев воздуха.

Самый интересный момент настал: давайте оценим тепловые потери, связанные с конвекцией, в предположении, что работает только этот механизм теплопередачи.

$$\alpha \times \pi D^2 \times (T_{\text{цил}} - T_{\text{в}}) / d = 26,5 \text{ кВт.}$$

Итак, мощности, теряемые шаром по разным механизмам теплопередачи, получились одного порядка, то есть нельзя рассматривать *отдельно* механизмы теплопередачи, действующие в рассматриваемой ситуации. Требуется подбирать такую температуру оболочки в диапазоне от 13°C до 50°C, чтобы суммарный поток тепла изнутри шара к оболочке был равен потоку тепла наружу.

Подбор и проверка, конечно, приведут нас к более точному результату, но ясно, что порядок тепловых потерь нашим воздушным шаром мы уже оценили $W \approx 40$ кВт.

Вернемся к поставленным в начале статьи вопросам, на которые мы ещё не получили ответа:

1. Сколько топлива нужно взять с собой путешественникам, чтобы продержаться в воздухе 1 час ?
2. Какой запас балласта должны иметь на всякий случай (вдруг сломается горелка) путешественники, чтобы они могли опуститься на землю с высоты 1 км и обеспечить скорость приземления не больше 1 м/с ?
3. Когда выгоднее путешествовать на воздушном шаре ? То есть, при какой температуре окружающего воздуха один килограмм топлива обеспечивает максимальное время полета ?

На мой взгляд, эти вопросы следует оставить для самостоятельного изучения заинтересовавшимся читателям.

С. Варламов

26 ноября 2002 г.