№7. Пылинки в солнечном луче, пробивающемся сквозь неплотно закрытую штору, движутся со скоростями порядка 5см/с. Мы их видим невооруженными глазами, причем можем даже оценить их размеры, то есть пылинки видны в деталях (плоские, удлиненные, изогнутые). Докажите, что наблюдаемое движение таких пылинок не имеет никакого отношения к Броуновскому движению. (английское написание фамилии и имени: Brown, Robert (1773_1858)). Считать плотность частиц $\rho=10^3$кг/м^3.

Решение: Если мы видим пылинки в деталях, то это означает, что их линейные размеры больше величины $d*\alpha \sim 30$ мкм. Здесь d – это расстояние наилучшего зрения (около 30 см), а угол α — предельное угловое разрешение глаза (около 10^{-4} рад). Минимальная масса такой частички может быть оценена величиной: $m= \rho(d\alpha)^3 \sim 3*10^{-14}$ кг. Характерные тепловые скорости движения частиц с такой массой можно вычислить с помощью соотношения: $mv^2=3kT$. Отсюда $v \sim 0,6$ мм/с. Эта величина примерно в 100 раз меньше скорости, указанной в условии задачи.
Если исходить из наблюдаемых скоростей движения частиц V=5 см/с, и считать их тепловыми скоростями движения таких частиц, то можно оценить их характерные размеры (А) из того же соотношения: $V^2\rho(A)^3 \sim 3kT$. Отсюда $A \sim 1,7*10^{-7}$ м. Объекты с такими размерами невозможно разглядывать в деталях. Дело в том, что их размеры гораздо меньше (примерно в 2 раза) даже самых коротких длин волн видимого света $4*10^{-7}$ м. «Но мы же их видим, и они движутся!» - скажет возмущенный читатель, и будет прав. Только говорить, что это броуновское движение, не следует. Конвективные движения воздуха в комнате происходят со скоростями, большими чем скорости падения пылинок относительно окружающего воздуха. Вот эти конвективные потоки воздуха и несут с собой видимые нами в солнечном луче пылинки. Достаточно слегка дунуть в сторону светового луча и сразу будет видно, как все пылинки в соответствующей области придут в упорядоченное движение.

№8 Экскаваторщик Вася, откопавший скелет динозавра, определил его возраст: 100 миллионов лет и оценил массу динозавра, когда он был жив, в 10 тонн. Оцените количество молекул воды в вашем организме, которые когда-то находились в теле этого животного.

Решение

Тела всех наземных животных примерно на 80% состоят из воды. Количество воды на Земле за сотню миллионов лет не изменилось. За этот срок вода основательно «перемешалась» и равномерно распределилась всюду (в океане, морях, озерах) В теле динозавра было M=8 тонн воды, в 70 кг массы тела человека (примерная масса участника олимпиады) содержится около m=55 кг воды., то молекулы воды, содержавшиеся в 8 тоннах, равномерно распределены во всех водоемах. Если принять, что вся Земля покрыта одним и тем же слоем воды около H=3,5 км, то концентрация «динозавровых» молекул равна примерно:
$n = (M\times A/\mu)/(H\times 4\pi R_{Земли}^2)=1,5\times 10^{11}$ м$^{-3}$= 150 млрд/м^3.
Здесь A – число Авогадро, μ – молярная масса воды. Следовательно, в каждом из нас в среднем находится около $n\times 0.055$м^3 = 8 млрд «динозавровых» молекул.

№9 Средний срок службы ламп накаливания 100 Вт/220В и люминесцентных ламп с одинаковой «производительностью по свету» примерно одинаков – около 2000 часов. Эффективность ламп накаливания в 5 раз меньше, чем у люминесцентных. Стоимости этих ламп отличаются в 15 раз: 10 руб и 150 руб за штуку (люминесцентные дороже). При какой стоимости 1 кВт×час электроэнергии выгодно покупать и использовать более дорогие лампы?

Решение

Выгодно покупать и использовать люминесцентные лампы только при выполнении неравенства:
150руб + 0,1кВт×2000час×X[руб/(кВт×час)]/5< 10руб + 0,1кВт×2000час×X[руб/(кВт×час)]
Где X – это цена одного кВт×часа электроэнергии. Отсюда X > 0,875 руб/(кВт×час).

№10 Электрический чайник имеет мощность W=2,2 кВт. В нем находится 1 литр воды. Когда вода вскипает, пузырьки пара поднимаются к поверхности за время $t \approx 0,1$ с. Оцените среднюю плотность воды, кипящей в чайнике. Плотность воды при 100°С без пузырьков равна ρ_{100}=960 кг/м^3. Молярная теплота испарения воды равна λ=40,7 кДж/моль.

Решение

К моменту, когда вода закипит, ее плотность станет равной 960 кг/м^3. В воде единовременно будут находиться пузырьки пара, общий объем которых найдется из соотношения:
$(Wt/\lambda)\times RT/(P_0) = (0,220/40,7)\times 8,31\times 373/10^5 = 160$ см^3.
Здесь T = температура кипения воды (≈373К), P_0 = атмосферное давление (≈10^5 Па)
Общий объем 1 кг воды вместе с пузырьками равен примерно 1,2 литра. Отсюда находится средняя плотность вещества: 0,83 г/см^3.

№11 Область однослойного диска DVD, на которой записывается информация, имеет максимальный диаметр D =11,7 см и минимальный диаметр d = 4,4 см. Объем информации N = 4,7 Гбайт. Время записи диска t = 400 с. Оцените минимальную и максимальную угловые скорости ω вращения диска во время записи.

Решение

Общая площадь участка диска, занятая информацией, равна примерно $\pi(D^2-d^2)/4$. На каждый «бит» информации приходится площадь, равная примерно:
$S=\pi(D^2-d^2)/(32N)$. Здесь N – это число, равное $4,7\times 10^9$. Один байт равен 8 битам ☺. Если считать, что ширина спиральной «информационной ленты» постоянна, то её общая длина равна: $L = [\pi(D^2-d^2)/4]/[\pi(D^2-d^2)/(32N)]^{0.5}. = [\pi(D^2-d^2)8N)]^{0.5}$.
Линейная скорость записывающей головки относительно диска должна быть постоянной, чтобы обеспечить одинаковое время записи каждого бита информации независимо от того, где он на диске располагается.
Максимальная угловая скорость достигается, когда головка записи находится близко к оси диска, и равна:
$\omega_{max} = [\pi(D^2-d^2)8N)]^{0.5}/(dT/2) = [\pi(D^2-d^2)32N)]^{0.5}/(dT) \approx 4200$ рад/сек.
Минимальная угловая скорость достигается, когда записывающая головка находится вблизи края диска:
$\omega_{min} = [\pi(D^2-d^2)32N)]^{0.5}/(DT) \approx 1600$ рад/сек.

№12 В пустой аквариум аккуратно «налили» углекислый газ (μ=44г/моль), а затем опустили в него пустотелый короб в форме куба со стенками из алюминиевой фольги. Ребро куба A = 25 см. Какой может быть максимальная толщина фольги d, если короб, заполненный воздухом ($\mu_{средн}$=29г/моль), «плавает» в углекислом газе? Плотность алюминия ρ=2,7г/см^3. Температура в комнате t=+20°С, атмосферное давление P = 10^5 Па.

Решение

Средняя плотность короба с воздухом должна быть не больше плотности углекислого газа, отсюда следует соотношение:
Сумма массы стенок короба и массы воздуха, находящегося внутри, должна быть не больше массы углекислого газа в объеме, равном объему куба.
Толщина стенок значительно меньше длины ребра куба, поэтому можно написать:
$6\rho dA^2+A^3(P/RT)\times\mu_{средн} < A^3(P/RT)\times\mu_{угл.газ}$.
Отсюда следует неравенство: $A(P/RT)\times(\mu_{угл.газ}-\mu_{средн})/(6\rho) > d$. Или $d < 9.5\times 10^{-6}$ м.