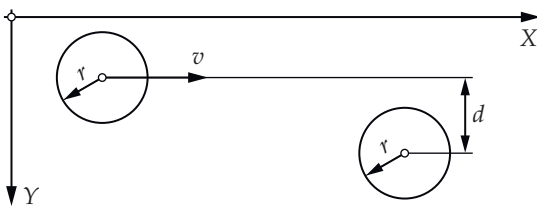


6. Соударения

Указание. В некоторых задачах, приведённых ниже, фигурируют невесомые стержни. Сумма сил, действующих на такой стержень, равна нулю, кроме того равна нулю сумма моментов сил, действующих на стержень, в любой системе отсчёта. Этот факт везде можно использовать без доказательства.

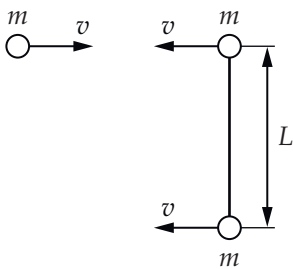
1. Гладкая упругая шайба радиусом R , движущаяся со скоростью v_0 , сталкивается с такой же шайбой, покоящейся на гладкой горизонтальной поверхности. В результате столкновения абсолютная величина скорости налетающей шайбы уменьшается вдвое. Определите скорость покоившейся шайбы после столкновения. Найдите расстояние d от центра покоившейся шайбы до прямой, вдоль которой двигался центр налетающей шайбы.

2. На гладкой горизонтальной поверхности находятся две одинаковые гладкие шайбы радиусом r . Одной из шайб сообщают скорость, направленную вдоль оси OX (см. рисунок). При каком значении прицельного параметра d (расстояние от центра второй шайбы до прямой, вдоль которой движется центр первой шайбы) проекция вектора скорости второй шайбы на ось OY после абсолютно упругого удара будет максимальна?

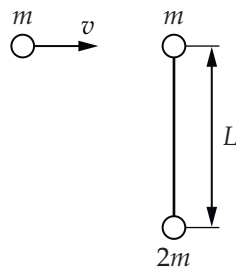


К задаче 2

3. Две маленькие шайбы одинаковой массы m связаны невесомой и нерастяжимой ниткой длиной L . Шайбы движутся по гладкому горизонтальному столу с одинаковой скоростью v (см. рисунок), при этом нить не провисает. Навстречу этой системе шайб со скоростью v движется ещё одна такая же шайба. В некоторый момент времени происходит упругое центральное столкновение. Как будут двигаться шайбы после столкновения? Как изменится ответ, если нить заменить на жёсткий невесомый стержень? Докажите, что в последнем случае в процессе столкновения сила взаимодействия стержня с любым из шариков направлена вдоль стержня.



К задаче 3

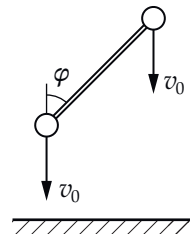


К задаче 4

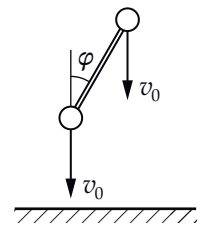
4. На гладком горизонтальном столе лежат маленькие шайбы массами m и $2m$, связанные натянутой невесомой нерастяжимой нитью длиной L . Ещё одна шайба

массы m налетает на систему со скоростью v (перпендикулярно натянутой нити), и происходит абсолютно упругое центральное столкновение (см. рисунок). Найдите величину силы натяжения нити и скорости шариков через время, равное $\frac{L}{v}$, после столкновения. Как изменятся ответы, если нить заменить на невесомый жёсткий стержень? Какой будет сила натяжения нити, если в процессе столкновения шайбы слипнутся?

5. Две маленькие шайбы соединённые невесомым жёстким стержнем (см. рисунок) движутся в невесомости в направлении горизонтальной гладкой плоскости, так что скорость каждого из шариков равна v_0 и направлена перпендикулярно плоскости. Стержень составляет угол $\varphi = 45^\circ$ с вертикалью. Определите скорость центра масс системы после абсолютно упругого столкновения с плоскостью, а также угол между скоростями шайб в этот момент времени.



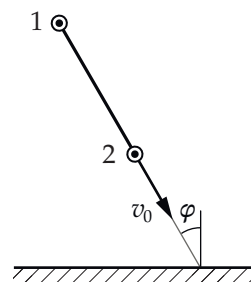
К задаче 5



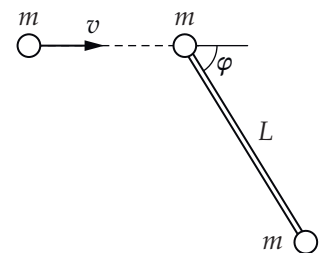
К задаче 6

6. Два одинаковых маленьких шарика, соединённые невесомым жёстким стержнем длиной L , падают на гладкую, абсолютно упругую горизонтальную плоскость. Непосредственно перед ударом нижнего шарика о плоскость скорости шариков направлены вертикально вниз и равны v_0 , а сразу после удара скорости шариков оказываются взаимно перпендикулярны. Найдите скорость центра масс гантели v_c и угловую скорость вращения стержня ω сразу после удара. Какой угол φ составлял с вертикалью стержень гантели перед ударом?

7. По гладкой горизонтальной поверхности недалеко от вертикальной стенки скользит гантель, состоящая из двух маленьких шайб массой m , соединённых невесомым жёстким стержнем длиной L (см. рисунок). Стержень образует угол φ с нормалью к стенке. Скорость гантели v_0 направлена вдоль стержня в сторону стенки, так что через некоторое время происходит соударение шайбы 2 со стенкой. Определите угловую скорость вращения стержня сразу после упругого соударения гантели со стенкой, считая стенку гладкой.



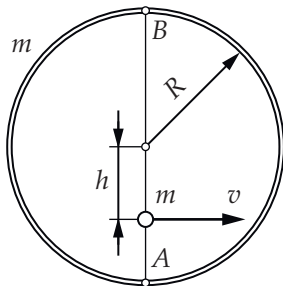
К задаче 7



К задаче 8

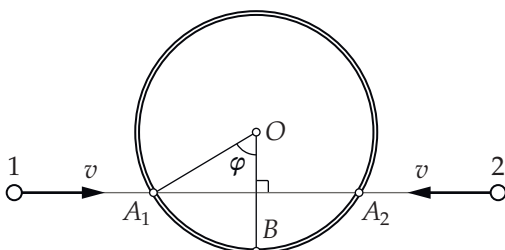
8. Гантель, состоящая из двух массивных маленьких шариков и лёгкого жёсткого стержня длины L , покоилась на гладкой горизонтальной поверхности. В один из её шариков врезается третий (такой же), скорость которого (равная v по абсолютной величине) направлена под углом φ к стержню. Происходит лобовое абсолютно упругое столкновение. Найдите угловую скорость вращения гантели и скорости шариков после столкновения.

9. На ровную горизонтальную поверхность ледяного катка положили однородный тонкий гладкий обруч радиусом R и массой m . В точку, лежащую на диаметре обруча AB , на неизвестном расстоянии h от центра обруча поместили шайбу массой m и сообщили ей скорость v , направленную перпендикулярно AB (см. рисунок). Взаимодействие между шайбой и обручем упругое. После столкновения с обручем шайба и обруч движутся так, что в следующий раз шайба попадает в точку B обруча. Радиус шайбы пренебрежимо мал, трения нет, обруч можно считать абсолютно твёрдым телом. Определите расстояние h . Чему будут равны скорости шайбы и обруча после второго столкновения? А после третьего столкновения?



К задаче 9

10. На гладкой горизонтальной поверхности покоится жёсткий гладкий обруч. В направлении обруча вдоль прямой A_1A_2 движутся со скоростью v две одинаковые маленькие шайбы 1 и 2. Массы шайб и обруча одинаковые. В начальный момент расстояние между шайбой 1 и точкой A_1 чуть меньше расстояния между шайбой 2 точкой A_2 . Модуль разности этих расстояний значительно меньше радиуса обруча. Все столкновения считаются абсолютно упругими, а также настолько быстрыми, что обруч никогда не контактирует с обеими шайбами одновременно. Радиус OB перпендикулярен хорде A_1A_2 . Значение угла φ дано, при этом известно, что каждая шайба сталкивается с обручем только один раз. Найдите скорости обруча и шайб после всех столкновений. Определите диапазон возможных значений угла φ .



К задаче 10

11. В конфигурации предыдущей задачи масса обруча вдвое меньше массы любой из шайб, начальные скорости шайб равны, но неизвестны. Если значение угла φ таково, что $\sin \varphi = \frac{1}{4}$, то после всех столкновений скорость обруча оказывается равна u_1 . Также считайте известным тот факт, что во всех случаях, рассматриваемых в задаче, шайбы друг с другом не сталкиваются. Определите начальную скорость шайб v . Чему будет равна скорость u_2 обруча после всех столкновений при тех же начальных скоростях шайб, что и в первом случае, если угол φ станет равен 30° ?

7. Ответы

1. $v'_2 = \frac{v\sqrt{3}}{2}, d = R.$

2. $d = R\sqrt{2}.$

3. Налетающая шайба полетит назад со скоростью v . Шайбы, соединённые нитью, будут вращаться вокруг центра масс гантели с угловой скоростью $\omega = \frac{2v}{L}$, центр масс будет оставаться в покое. При замене на жёсткий невесомый стержень ответ не изменится.

4. $T_1 = \frac{2mv^2}{3L}$. При замене нити на стержень ответ не изменится. $T_2 = \frac{mv^2}{4L}$.

5. $v_{cm} = \frac{v}{3}; \gamma = \arccos\left(-\frac{7}{\sqrt{65}}\right) \approx 150^\circ.$

6. $v_{cm} = \frac{v_0}{\sqrt{2}}; \omega = \frac{v_0\sqrt{2}}{L}; \varphi = \arcsin(\sqrt{2} - 1) \approx 24,5^\circ.$

7. $\omega = \frac{4v_0 \operatorname{tg} \varphi}{L(1+2 \operatorname{tg}^2 \varphi)}.$

8. $\omega = \frac{4v \sin \varphi}{L(3+\sin^2 \varphi)}; v_1 = \frac{2v \cos \varphi}{3+\sin^2 \varphi}$ (скорость нижнего шарика гантели); $v_2 = \frac{2v\sqrt{1+3 \sin^2 \varphi}}{3+\sin^2 \varphi}$ (скорость верхнего шарика гантели); $v' = \frac{v(1-\sin^2 \varphi)}{3+\sin^2 \varphi}$ (скорость налетавшего шарика после столкновения).

9. Скорость шайбы (после первого, второго, третьего столкновения): $v_1 = \frac{v}{2}, v_2 = \frac{v}{2}, v_3 = v$. Скорость обруча: $u_1 = \frac{v\sqrt{3}}{2}, u_2 = \frac{v\sqrt{3}}{2}, u_3 = 0$.

10. Скорость шайбы (после первого, второго, третьего столкновения): $v_1 = \frac{v}{2}, v_2 = \frac{v}{2}, v_3 = v$. Скорость обруча: $u_1 = \frac{v\sqrt{3}}{2}, u_2 = \frac{v\sqrt{3}}{2}, u_3 = 0$.

11. $v_1 = v \cos \varphi, v_2 = v \sin \varphi \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \varphi + \cos^2 2\varphi}, v_O = v \sin \varphi \sqrt{1 + \sin^2 2\varphi}; 0 < \varphi < \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$, или приближённо после вычисления угла: $0 < \varphi < 64^\circ$.

11. $v = 3u_1; u_2 = \frac{2\sqrt{13}u_1}{3}.$