

**Изображение в зеркале** (6 баллов)

На стене комнаты висит картина P , а на полу лежит зеркало M (см. рис. 1). На каком расстоянии x от картины должен стоять человек, чтобы он мог видеть изображение картины в зеркале целиком? Какую часть изображения человек сможет увидеть, встав на расстоянии a от дальней стены? Длина стороны клетки $a = 0,55$ м.

Батарейка и конденсатор (8 баллов)

Батарейка «Крона» с напряжением 9 вольт представляет собой прямоугольный параллелепипед размером $48,5 \text{ мм} \times 26,5 \text{ мм} \times 17,5 \text{ мм}$. В «Википедии» написано: «Батарея типа «Крона» имеет ёмкость (по паспорту) $0,5 \text{ А} \cdot \text{ч}$ ». Мы хотим изготовить конденсатор как можно большей ёмкости таких же размеров, что и батарейка, используя необходимое количество материала, состоящего из двух слоёв алюминиевой фольги толщиной $h = 5 \text{ мкм}$ (рис. 2) и двух слоёв бумаги толщиной $D = 10 \text{ мкм}$. Бумага, разделяющая слои фольги, пропитана проводящей жидкостью — электролитом. На поверхность одного из слоёв фольги нанесена плёнка оксида алюминия Al_2O_3 с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 10$ толщиной $d = 0,5 \text{ мкм}$. Определите максимально возможную ёмкость получившегося конденсатора. Можно ли его зарядить от батарейки до напряжения 9 вольт? Если да, то оцените сколько раз (разряжая после каждого раза). Если нет, то до какого напряжения зарядится конденсатор? Электрическая постоянная равна $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

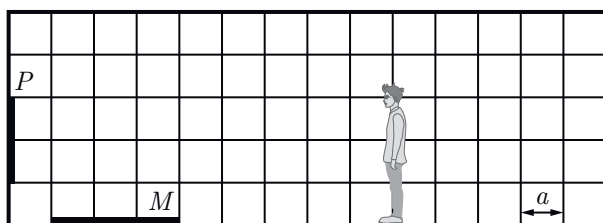


Рис. 1

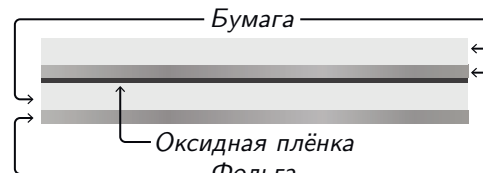


Рис. 2

На струне (10 баллов)

Концы натянутой металлической струны располагаются на одинаковой высоте на расстоянии $2L$ друг от друга. К середине струны подвешивают два груза одинаковой массы (рис. 3), при этом сила натяжения струны изменяется на пренебрежимо малую величину. В некоторый момент времени нижний груз отрывается от верхнего, после чего возникают малые колебания. Положение равновесия образовавшейся системы оказывается выше исходного положения равновесия на величину x_0 , при этом $x_0 \ll L$. Найдите период колебаний груза около нового положения равновесия.

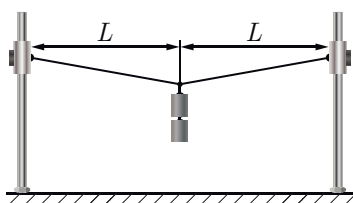


Рис. 3

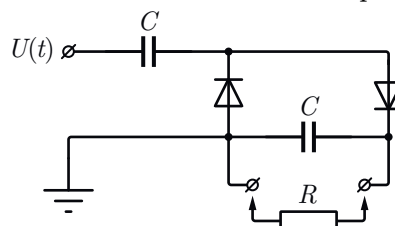


Рис. 4

Преобразователь (12 баллов)

На рис. 4 приведена принципиальная схема преобразователя напряжения. На один из входов подаётся переменный потенциал (фаза) $U(t) = -U_0 \sin(\omega t)$ от бытовой сети (230 В, 50 Гц), другой вход имеет нулевой потенциал (заземлён). К выводам присоединяется нагрузка R . Диоды — идеальные. Ёмкость конденсаторов $C = 10 \text{ мкФ}$, сопротивление нагрузки $R = 100 \text{ кОм}$. При данных условиях через некоторое время после подключения к сети переменного тока схема обеспечивает почти (!) постоянное напряжение на нагрузке U_H .

1) Считая что нагрузка не подключена, найдите напряжение на выходе в момент времени: $t = T$; $t = 3T$; $t \gg T$. T — период колебаний потенциала на входе.

2) При подключенной нагрузке оцените по порядку величины на сколько процентов может отклоняться напряжение на нагрузке от среднего значения U_H .

Прямоточный воздушно-реактивный двигатель (12 баллов)

На рис. 5 изображена схема прямоточного воздушно-реактивного двигателя (ПВРД), который используется на некоторых типах ракет в качестве *маршевого* (включающегося после разгона ракеты) двигателя. Воображаемые плоскости 1, 2, 3, 4 делят двигатель на три области: диффузор, камера сгорания и сопло. Скорость потока воздуха относительно двигателя на выходе из сопла возрастает по сравнению со скоростью на входе в диффузор за счёт подвода тепла в камере сгорания.

Обозначим v (с разными индексами) — скорость воздуха относительно двигателя, u — скорость ракеты относительно Земли. Термодинамические параметры воздуха вдали от двигателя, где воздух практически покоится: $p_0 = 35$ кПа, $T_0 = 230$ К. Воздух считается двухатомным газом, для которого: $\mu = 29$ г/моль, $c_V = 2,5R$, где $R = 8,3$ Дж/(моль · К), $c_0 = \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{\mu}}$ — скорость звука в воздухе с температурой T_0 , $\gamma = \frac{c_V + R}{c_V} = \frac{7}{5}$ — показатель адиабаты. Число Маха M , являющееся параметром задачи, задаёт скорость ракеты $u = Mc_0$.

В задаче рассматривается упрощённая модель, в которой предполагается, что процессы сжатия воздуха в диффузоре и расширения в сопле — адиабатические, а процесс нагревания в камере сгорания (после впрыскивания и воспламенения топлива) — изобарный. Скорость воздуха относительно двигателя в камере сгорания пренебрежимо мала по сравнению с v_1 и v_4 . Предполагается, что в каждой точке любого поперечного сечения потока внутри двигателя термодинамические параметры воздуха (p , ρ , T) и его скорость одинаковые. Считается, что масса продуктов сгорания, образующихся в камере сгорания в единицу времени, пренебрежимо мала по сравнению с массой воздуха, проходящей через камеру сгорания в единицу времени. Для любых двух сечений A и B справедливо уравнение термодинамики потока

$$\frac{v_B^2 - v_A^2}{2} + (c_V + R) \frac{T_B - T_A}{\mu} = q,$$

где v_B и v_A — скорости воздуха в сечениях B и A , T_B и T_A — соответствующие температуры, q — количество теплоты, передаваемое единице массы потока между сечениями A и B . Предполагается, что в сечении 1: $v_1 = u$, $p_1 = p_0$, $T_1 = T_0$. Цикл Брайтона, состоящий из двух адиабат и двух изобар (рис. 6), условно моделирует происходящие с порцией воздуха в двигателе процессы. Для адиабатического квазистатического процесса справедливо соотношение $pV^\gamma = \text{const}$.

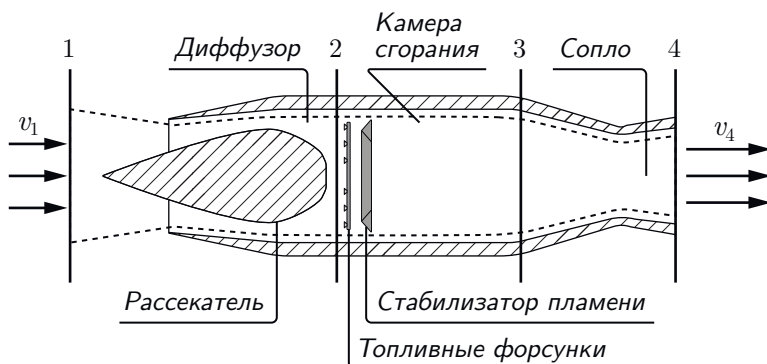


Рис. 5

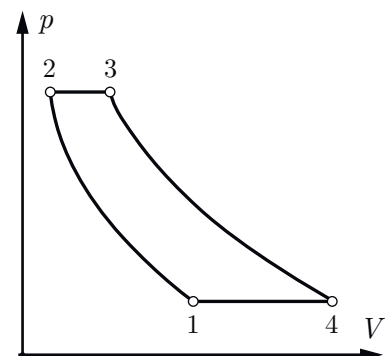


Рис. 6

1) Определите температуру $T_2(M)$ в сечении 2 как функцию числа Маха M . (1 балл)

Пусть $q_0 = Ac_0^2$ — количество теплоты, передаваемое единице массы воздуха в камере сгорания, $A = 2,5$.

2) Найдите $T_3(M)$. (2 балла)

3) Определите $T_4(M)$. (3 балла)

4) Определите $v_4(M)$. (1 балл)

5) Пусть S — площадь потока в сечении 1, получите формулу для мощности двигателя для числа Маха $M = 1$. (3 балла)

6) Определите КПД двигателя для числа Маха $M = 1$ (должно получиться число). (2 балла)