



1. «Минимальная средняя скорость» (8 баллов)

Между городами A и B действует автобусный маршрут, длина которого $S = 180$ км. Движение автобуса по этому маршруту не равномерное: из-за различных дорожных условий скорость автобуса часто меняется. В момент отправления пассажир Петров засекает на своих часах время и каждые 10 минут вычисляет среднюю скорость автобуса за эти 10 минут. Для этого он узнаёт путь, пройденный автобусом, с помощью GPS-навигатора. Автобус доехал из A до B за 3 часа. За это время Петров получил 18 значений средней скорости: $v_1, v_2, v_3, \dots, v_{18}$.

1) Известно, что ни одно из значений v_1, v_2, \dots, v_{18} не превышает 63 км/ч. Чему может быть равно наименьшее из этих значений (в каких пределах оно может лежать)?

2) Ответьте на вопрос п. 1), если ни одно из измеренных значений средней скорости v_1, v_2, \dots, v_{18} не превышает 64 км/ч.

2. Таяние снега (10 баллов)

Снежный покров состоит из верхнего слоя свежеснежавшего снега толщиной $H_1 = 20$ см и нижнего слоя старого слежавшегося снега толщиной $H_2 = 10$ см. В две одинаковые цилиндрические мензурки с внутренним диаметром $d_0 = 5$ см и высотой $h_0 = 7$ см были помещены образцы снега из каждого слоя, при этом снег в каждую мензурку засыпался доверху, но не утрамбовывался, снег из разных слоёв набирался в разные мензурки. После этого мензурки размещали на столе в отапливаемом помещении. На рис. 1 приведена фотография, полученная в процессе эксперимента. Наблюдения показывают, что с течением времени снежный цилиндр уменьшается в размерах, но сохраняет свою форму. Высота нижней тёмной части снежного цилиндра со временем растёт. Слой воды заметной толщины появляется на дне мензурки после того, как весь снег становится тёмным. В мензурке со свежим снегом к моменту появления воды на дне диаметр цилиндра из снега оказывается равен $d_1 = 3$ см, а высота — $h_1 = 4$ см. На дне мензурки со слежавшимся снегом вода появляется, когда диаметр цилиндра из снега становится равен $d_2 = 4$ см, а высота — $h_2 = 5$ см.



Рис. 1

Можно считать, что снег состоит из кристалликов льда и пустот между ними, внутренняя структура снега при таянии не меняется. Пористостью снега α называют отношение объема пустот ко всему объему снега: $\alpha = \frac{V_{\text{п}}}{V_0}$.

1) Определите пористости свежего и слежавшегося снега, считая что снег тает только на внешней поверхности цилиндров.

2) На улице резко потеплело. Снег стал таять. Оцените высоту снежного покрова в тот момент, когда из под него потекут ручьи. Можно считать, что таяние происходит при условиях, похожих на условия из п. 1), но снег тает только на верхней поверхности слоя.

Плотность льда равна $\rho_{\text{л}} = 900$ кг/м³, плотность воды равна $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³.

3. Самодельный ареометр (10 баллов)

Ареометр — прибор для измерения плотности жидкостей, принцип работы которого основан на законе Архимеда. Обычно он представляет собой трубку, в нижней части которой помещён груз (см. рис. 2). Верхняя часть ареометра — цилиндр, на который нанесена шкала, проградуированная в значениях плотности. При измерениях ареометр погружают в исследуемую жидкость так, чтобы он плавал в ней. Считается, что ареометр изобрела Гипатия Александрийская — знаменитая женщина-учёный древности. Рассмотрим конструкцию самодельного ареометра для измерения плотности молока (лактометра). Плотность молока варьируется в пределах от минимального значения $\rho_1 = 1015 \text{ кг/м}^3$ до максимального $\rho_2 = 1040 \text{ кг/м}^3$. Разность максимального и минимального значения много меньше среднего значения, благодаря чему шкала такого лактометра линейна. Для изготовления лактометра взяли твёрдую цилиндрическую пластиковую трубку с внешним диаметром $d = 14 \text{ мм}$, внутрь которой снизу поместили груз и закрыли нижний конец заглушкой. Снаружи вся конструкция выглядит как цилиндр, а её общая масса равна $m = 40 \text{ г}$. На расстоянии $h_0 = 20 \text{ см}$ от нижнего конца трубки нанесли первое деление, которое соответствовало некоторой плотности ρ_0 , немного меньшей ρ_1 . Вниз от первого деления стали наносить другие деления, расстояние между которыми было равно $\Delta h = 1 \text{ мм}$.

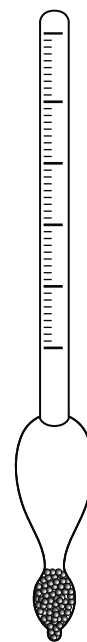


Рис. 2

- 1) Чему равна цена деления $\Delta \rho$ самодельного ареометра?
- 2) Чему равна плотность ρ_0 , соответствующая первому делению?
- 3) Какое минимальное число N делений нужно нанести, чтобы измерять плотность молока во всём диапазоне значений от ρ_0 до ρ_2 ?

4. Печка в Солнце (12 баллов)

Вблизи центра Солнца каждая тонна находящегося там звёздного вещества производит 1 Дж энергии каждую секунду за счет идущих там термоядерных реакций. Вся эта энергия, «добравшись» до поверхности Солнца, излучается Солнцем во все стороны равномерно. На Земле на участок площадью 1 м^2 , расположенный перпендикулярно солнечным лучам, за каждую секунду попадает солнечная энергия равная 1370 Дж (эта величина называется солнечной постоянной). Расстояние от Земли до Солнца равно 150 миллионов км, плотность вещества в центре Солнца равна 160 г/см^3 , радиус Солнца — 655 тыс. км. Используя эти сведения, оцените радиус области внутри Солнца, в которой идут термоядерные реакции, и сравните его с радиусом Солнца.

Для справки: площадь поверхности шара радиусом R равна $S = 4\pi R^2$, а объём шара радиусом R равен $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.