81-я Московская олимпиада школьников по физике
2020 год
11 класс, 2 тур

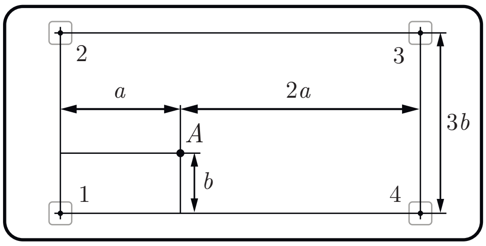
1. Колебания внутри трубы (10 баллов)

Внутри горизонтально расположенной трубы радиусом R, вращающейся с некоторой угловой скоростью вокруг своей оси симметрии, находится небольшое тело. В положении равновесия тело располагается ниже оси трубы, на расстоянии $0{,}8R$ по вертикали от неё. Найдите период малых колебаний тела в плоскости, перпендикулярной оси трубы.

Примечание. Для малого угла δ ($\delta \ll 1$) и произвольного угла α справедливы приближённые равенства: $\sin(\alpha+\delta) \approx \sin\alpha + \delta\cos\alpha$, $\cos(\alpha+\delta) \approx \cos\alpha - \delta\sin\alpha$.

2. Стол на тонких ножках (12 баллов)

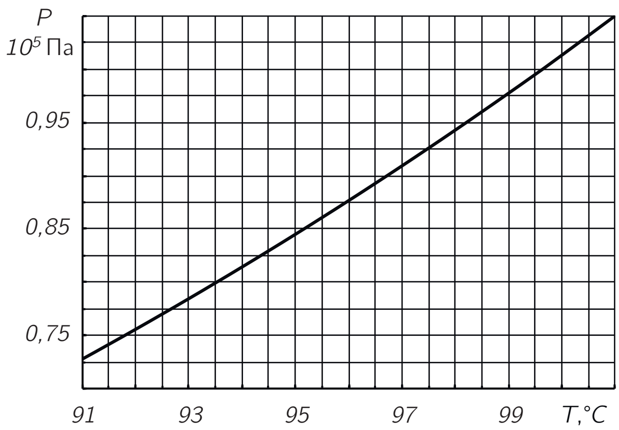
Стол стоит на горизонтальном полу. Столешницу и пол можно считать абсолютно твёрдыми, а ножки — упругими, подчиняющимися закону Гука при вертикальных деформациях.



Гирю массой 24 кг ставят на стол так, что её центр масс располагается в т. A (см. рисунок, вид сверху). На сколько изменяются силы давления ножек стола: ΔF_1, ΔF_2, ΔF_3 и ΔF_4 на пол после этого? Номера ножек показаны на рисунке.

3. Вода-пар-вода (14 баллов)

Воде массой $m = 180$ г при постоянном давлении $p_1 = 10^5$ Па сообщают некоторое количество теплоты, так что она превращается в пар и нагревается до температуры $T_1 = 105\,°\mathrm{C}$. Далее пар адиабатически расширяется и в какой-то момент приходит в состояние насыщения, после чего конденсируется. График зависимости давления насыщенных паров воды от температуры показан на рисунке ниже.



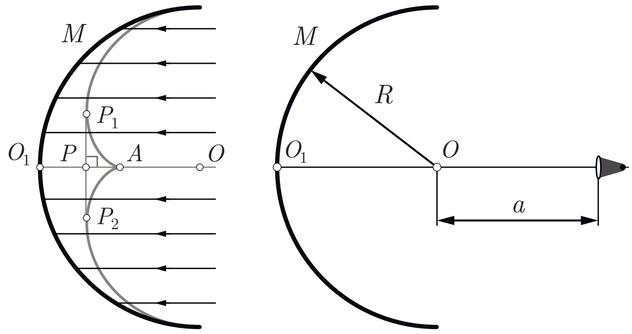
Считая изменение параметров пара при адиабатическом расширении малым, определите приближённо температуру воды в начале конденсации. Чему равна суммарная работа пара при его нагревании после испарения и охлаждении до начала конденсации? Молярная теплоёмкость пара при постоянном объёме равна $c_V = 3R$.

Примечание. Учтите, что для малых изменений Δp и ΔV величин p и V справедлива приближённая формула $\Delta(pV) = p\Delta V + V\Delta p$.

4. Каустики (18 баллов)

Каустика — это огибающая семейства лучей, не пересекающихся в одной точке. В плоском случае, рассматриваемом в этой задаче, каустика — это кривая, которой касаются все лучи, отражающиеся от некоторой поверхности, или испытывающие преломление на некоторой границе раздела. Интенсивность света вблизи каустик возрастает, поэтому кривые каустик хорошо видны невооружённым глазом и на фотографиях.

1. Кривая серого цвета на рисунке — это каустика, образованная после отражения пучка параллельных лучей цилиндрической поверхностью M, радиус которой равен R. Определите расстояние от оси цилиндра т. O до вершины каустики — т. A, а также расстояние PA. OO_1 — ось симметрии, P_1P_2 — касательная к каустике. (*5 баллов*)

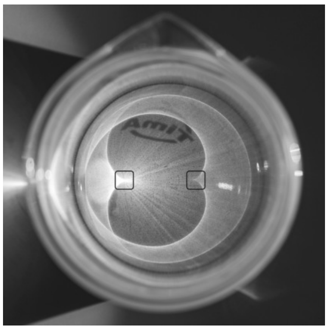


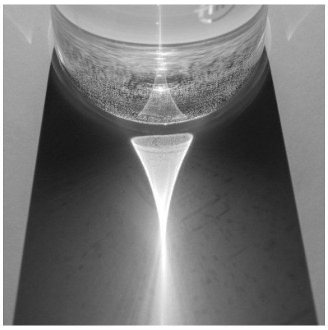
К п. 1 К п. 2

2. Источник, освещающий цилиндрическую поверхность радиусом R, располагается на расстоянии $a = 4R$ от т. O на оси симметрии системы OO_1. Определите расстояние от т. O до вершины каустики, формируемой отражёнными лучами в этом случае. (*4 балла*)

В тонкостенный стеклянный цилиндрический стакан наливают воду и освещают светом фонаря. Ось пучка света составляет разные углы α с горизонтальной поверхностью стола в п. 3 и п. 4. В п. 3 стакан фотографируют сверху (оптическая ось объектива перпендикулярна дну стакана), а освещают справа. В п. 4 ось объектива немного отклоняется от перпендикуляра.

Продолжение задачи 4 на листе 2


К п. 3

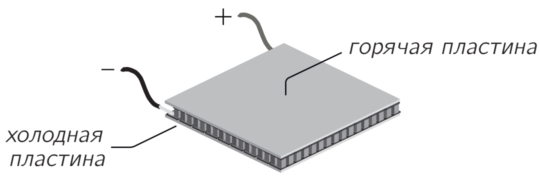

К п. 4

3. Величина угла α около 45°. Вблизи дна стакана наблюдается кривая с двумя вершинами, части которой напоминают кривую из п. 1. На рисунке вершины обведены квадратиками. Объясните наблюдаемую картину. (*3 балла*)

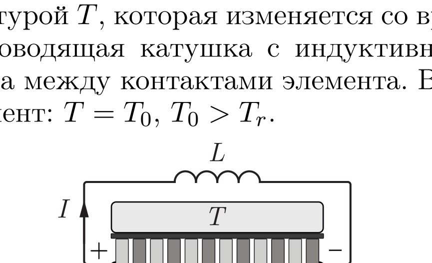
4. Радиус основания стакана равен $R = 8$ см. Фонарь располагается на расстоянии $a \approx 10R$ от оси стакана. Угол α можно считать малым. Снаружи стакана видна каустика, образованная прошедшими через стакан лучами. Определите приближённо расстояние от стакана до вершины каустики (до вершины «конуса»). Показатель преломления воды равен $n \approx 1{,}33$. (*6 баллов*)

5. Тепловой индуктор (18 баллов)

Элемент Пельтье состоит из двух пластин, разделённых большим количеством полупроводниковых блоков (рис. из «Википедии» ниже), и представляет собой преобразователь электрической энергии в тепловую. Он также может работать и в обратном режиме — вырабатывать ЭДС при наличии разности температур на пластинах.



На втором рисунке схематично изображено устройство на основе элемента Пельтье. Нижняя пластина находится в контакте с «тепловым резервуаром» — большим телом, температуру которого T_r можно считать постоянной. Верхняя пластина контактирует с телом с теплоёмкостью C и температурой T, которая изменяется со временем. Сверхпроводящая катушка с индуктивностью L включена между контактами элемента. В начальный момент: $T = T_0$, $T_0 > T_r$.



В данных условиях верхнее тело отдаёт элементу за время Δt количество теплоты $\Delta Q = \alpha T I \Delta t$, где α — постоянный коэффициент, I — ток через элемент. Положительным направлением тока считается направление от «плюса» к «минусу». Элемент Пельтье при этом вырабатывает ЭДС, которая равна $\mathscr{E} = \alpha(T - T_r)$. Полярность создаваемой ЭДС (для $T > T_r$) совпадает с указанной на рисунке. Сопротивление элемента Пельтье равно R.

Оказывается, в рассматриваемой системе возможно периодическое изменение температуры тела $T(t)$ и тока в цепи $I(t)$. В задаче предлагается исследовать колебания тока и температуры при различных значениях параметров: T_r, T_0, C, α, R, которые считаются известными. Ток в цепи в начальный момент равен нулю: $I(0) = 0$. Разность температур тела и резервуара можно считать малой: $|T - T_r| \ll T_r$ в любой момент времени.

1. Рассмотрим идеализированный, фантастический случай, когда сопротивление R равно нулю и теплообмен между тепловым резервуаром и телом за счёт теплопроводности отсутствует.

1a) Получите дифференциальное уравнение для функции $I(t)$. (*2 балла*)

1b) Преобразуйте полученное уравнение с учётом условия $|T - T_r| \ll T_r$ и найдите частоту ω_0 колебаний тока. (*3 балла*)

1c) Найдите зависимость температуры тела от времени $T(t)$. (*1 балл*)

2. Физически случай, описанный в п. **1**, никогда не реализуется. Рассмотрим параметры системы, близкие к реальности. Пусть известно сопротивление элемента R, мощность передачи тепла от тела резервуару определяется соотношением $P = k(T - T_r)$, где k — известный коэффициент, а Джоулево тепло, выделяющееся в элементе, делится поровну между пластинами. В этом случае колебания будут затухающими.

2a) Получите дифференциальное уравнение для функции $I(t)$ в этом случае. (*3 балла*)

2b) Покажите, что нелинейными слагаемыми, пропорциональными I^2 и $I\dot{I}$, (точка сверху обозначает производную по времени) в уравнении из п. 2a) можно пренебречь и преобразуйте полученное уравнение к виду $\ddot{I} + 2\gamma\dot{I} + \omega^2 I = 0$ (уравнение затухающих колебаний). Чему равны коэффициенты γ и ω? (*4 балла*)

2c) Полагая затухание слабым ($\gamma^2 \ll \omega^2$), определите относительное изменение амплитуды тока за период $\dfrac{\Delta I_{\max}}{I_{\max}}$. Ответ выразите через коэффициенты γ и ω. (*3 балла*)

3. Предлагается создать на основе данного устройства установку для точного измерения теплоёмкости тел. Параметры: T_r, α, k, R, L известны. Их измерили раньше с высокой точностью. В распоряжении экспериментатора есть электроизмерительные приборы, осциллограф и генератор переменного напряжения, частоту которого можно менять в широком диапазоне. Опишите в двух словах возможную схему эксперимента. (*2 балла*)