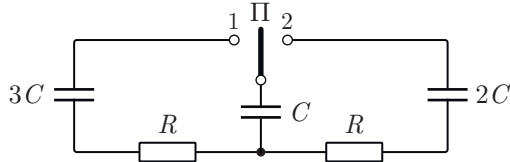


**1. Конденсаторы (7 баллов)**

В цепи, схема которой изображена на рисунке, в начальный момент времени конденсатор ёмкостью $3C = 300$ мкФ заряжен до напряжения $U_0 = 12$ В, конденсаторы ёмкостью C и $2C$ не заряжены, переключатель Π — в среднем положении.



Переключатель сначала перекидывают в положение 1 на короткое время (много меньше RC), а затем в положение 2 на гораздо большее время. Определите заряды конденсаторов после многократного повторения этих двух операций. Найдите приближённо, какое количество теплоты выделяется в каждом из резисторов.

2. Сосуд во льдах (8 баллов)

Герметичный сосуд заполняют смесью воздуха и водяного пара и начинают охлаждать в термостате с тающим льдом. В процессе охлаждения измеряют температуру в сосуде с погрешностью $\Delta T = 0,5$ °С и давление — с погрешностью $\Delta p = 0,05 \cdot 10^5$ Па. В результате получают таблицу.

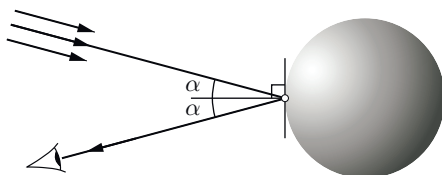
$t, ^\circ\text{C}$	137	123	109	82	55	27	0
$p, 10^5$ Па	1,5	1,45	1,4	1,3	0,8	0,7	0,6

Определите отношение количества воды к количеству воздуха в сосуде, а также плотность газовой фазы в начале и в конце процесса. Учтите, что давление насыщенных паров воды, равное 1 кПа, достигается при температуре около 7 °С. Молярные массы воды и воздуха равны соответственно 18 г/моль и 29 г/моль.

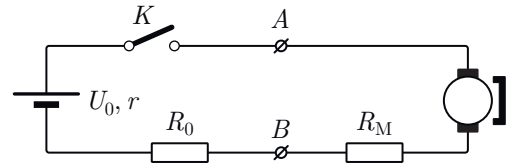
3. Изображения в шаре (9 баллов)

Наблюдатель видит изображение Солнца в полированном металлическом шаре. Угловая высота Солнца над горизонтом равна α и равна углу между линией зрения и горизонтальной нормалью к шару. Определите характерный размер изображения Солнца, если радиус шара равен R , а угловой размер Солнца равен φ ($\varphi \ll \alpha$).

Примечание. Для малого угла φ справедливы приближённые формулы: $\cos \varphi \approx 1$, $\sin \varphi \approx \varphi$.

**4. Модели стартера (12 баллов)**

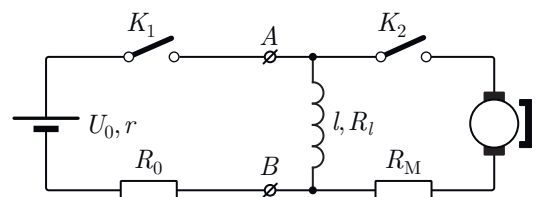
На рисунке изображена простейшая модельная схема подключения электродвигателя (автомобильного стартера) к аккумулятору.



Параметр схемы $R_M = 2 \cdot 10^{-2}$ Ом моделирует сопротивление обмоток якоря двигателя, r и R_0 — внутреннее сопротивление аккумулятора с ЭДС $U_0 = 12$ В и сопротивление проводов, при этом $R_0 + r = 10^{-2}$ Ом. Можно считать, что ЭДС индукции, вырабатываемая электродвигателем, пропорциональна угловой скорости вращения вала $|\mathcal{E}_i| = k\omega$, а момент сил, действующих на вал со стороны магнитного поля, пропорционален току $M = kI$. Для упрощения расчётов далее полагаем, что вал электродвигателя не нагружен.

1) Найдите напряжение U_{AB} на клеммах электродвигателя (между т. А и т. В) сразу после замыкания ключа, а также максимальное значение силы тока в цепи. Чему равен ток в момент, когда угловая скорость вращения вала составляет 75% от максимального значения? (3 балла)

Другая модельная схема (рис. ниже) учитывает наличие в конструкции удерживающей обмотки втягивающего реле, R_l — сопротивление катушки индуктивностью l . При включении сначала замыкается ключ K_1 , а когда ток через катушку установится, замыкается ключ K_2 .

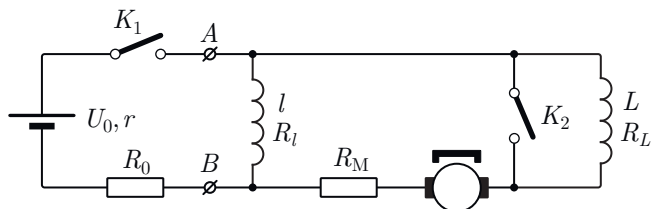


2) Считая, что отношение $\alpha = \frac{R_l}{r + R_0}$ известно ($\alpha > 1$), определите максимальное значение тока через двигатель в этом случае. (4 балла)

3) При выключении электродвигателя (после того, как скорость вращения вала установится) сначала размыкают ключ K_1 . При этом напряжение на клеммах двигателя почти мгновенно увеличивается на $\Delta U_{AB} = 2$ В. Определите по этим данным параметр α . (3 балла)

Продолжение задачи 4 на листе 2

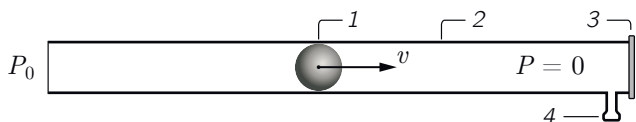
Наиболее близка к реальному устройству схема, изображенная на третьем рисунке. Ключи изначально разомкнуты. Поворот ключа зажигания соответствует замыканию ключа K_1 . Когда ток через катушку L достигает некоторого порогового значения $I_{\text{п}}$ замыкается ключ K_2 (магнитное поле катушки втягивает шток, замыкающий контакты ключа K_2).



4) Индуктивность второй катушки L и её сопротивление R_L таковы, что выполняются равенства: $L = 10l$, $R_L = 5R_L$. Известно, что значение тока $I_{\text{п}}$ лежит между 10 А и 20 А. Чему равен ток через катушку индуктивностью l в момент замыкания ключа K_2 ? Численное значение параметра α считайте известным из п. 3). (2 балла)

5. Вакуумная пушка (12 баллов)

В последние годы большой интерес у энтузиастов, занимающихся научно-техническим творчеством, вызывает устройство под названием «вакуумная пушка». В полипропиленовой водопроводной трубе 2 (см. рисунок ниже), один конец которой герметично закрыт заглушкой из фольги 3, а другой открыт в атмосферу, разностью давлений ускоряется шарик 1 для игры в пинг-понг. Внутренний диаметр трубы близок к диаметру шарика. Рядом с заглушкой располагается штуцер 4, через который труба соединяется с вакуумным насосом. Таким образом, справа от шарика давление очень низкое, а у открытого конца трубки — давление, близкое к атмосферному, которое равно P_0 .

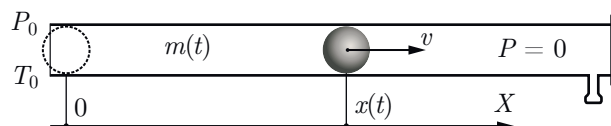


Оказывается, что при достаточно большой длине трубки и качественной откачке, шарик можно разогнать до высокой скорости, так что он легко разорвёт фольгу заглушки и вылетит из трубки. В одном видеоролике, доступном в сети, демонстрируется, как вылетающий из трубки шарик пробивает пустые банки из-под газировки, поставленные на небольшом расстоянии от трубки.

1) В самой грубой модели предполагается, что слева от шарика давление равно $P_0 = 10^5$ Па, а справа — равно нулю. Разность давлений не ме-

няется в процессе разгона шарика. Трения между шариком и стенками трубы нет. До какой максимальной скорости $v_{\text{max}}^{(1)}$ может быть разогнан шарик массой $M = 2,7$ г и диаметром $d = 40$ мм в трубе длиной $L = 2$ м? (1 балл)

В более точной модели считается, что под действием постоянной разности давлений ускоряется не только шарик, но и воздух массой $m(t)$, располагающийся в момент t в трубе слева от шарика, а также вовлекаются в движение новые порции воздуха из атмосферы. Предлагается считать, что область вблизи левого торца трубы, в которой воздух вовлекается в движение, имеет малый характерный размер, сопоставимый с диаметром трубы. Снаружи трубы вне этой области воздух остаётся неподвижным. Внутри трубы воздух движется со скоростью шарика, а его плотность равна плотности воздуха ρ снаружи. Диаметр шарика много меньше длины трубы. В начальный момент времени координата x шарика и его скорость равны нулю.



2) Определите более точное значение скорости $v_{\text{max}}^{(2)}$, до которой может быть разогнан шарик тех же размеров, что и в п. 1) задачи, в трубе той же длины. Время разгона в первом приближении можно считать равным времени разгона в п. 1). Температура воздуха и его молярная масса равны: $T_0 = 293$ К, $\mu = 29$ г/моль соответственно. (3 балла)

3) Считая известными только температуру $T_0 = 293$ К снаружи трубы и молярную массу воздуха $\mu = 29$ г/моль, определите максимальную скорость, до которой может быть разогнан шарик. Длина трубы предполагается достаточно большой. (3 балла)

4) Даны параметры: M , S , P_0 , ρ , μ . Получите формулу зависимости координаты шарика от времени $x(t)$. (5 баллов)

Примечание. Может оказаться полезной формула $\Delta(x^2) = 2x\Delta x$, справедливая для малых изменений ($\Delta x \ll x$) величины x .

Интересно, что группа из американского университета Пёрдью, немного усложнив конструкцию, сумела разогнать шарик до сверхзвуковой скорости ($v \approx 420$ м/с, в $M = 1,23$ раза больше скорости звука). Видео можно найти в сети по фразе: «Purdue Technology students build supersonic ping pong gun».