

Интернет-олимпиада СУНЦ МГУ для 9-10 классов 2022, 3 тур

Предпочтительная форма оформления работы – создание одного файла с решениями всех заданий, которые вы выполните (в том числе можно создать один файл из рукописных сканов работ). В этом случае за работу **начисляется один дополнительный балл**. Если, дополнительно, все решения, включая формулы, таблицы и другие необходимые для иллюстрации решения элементы, были набраны в текстовом редакторе (процессоре), то **начисляется еще один балл**.

Каждое задание само по себе вне зависимости от способа оформления оценивается из 6 баллов. В том числе **баллы снимаются за недостаточную строгость** обоснования даже при наличии правильного ответа. В некоторых задачах в качестве обоснования можно использовать текст компьютерной программы.

1. Запись некоторого числа в шестнадцатеричной системе счисления состоит из 24 цифр. Известно, что при этом использовались только цифры A и F. Какие цифры не могут встретиться в записи этого числа в восьмеричной системе счисления? (Ответ обоснуйте)
2. Какую задачу решает следующий код? (помимо ответа опишите используемый алгоритм)

C++	Python
<pre>#include <bits/stdc++.h> using namespace std; map <int, int> mp; int sum = 0, res = 0, m, x; int main(){ int n; cin >> n >> m; mp[0] = 1; for(int i = 0 ; i < n ; i++){ cin >> x; sum += x; res += mp[sum - m]; mp[sum]++; } cout << res << endl; return 0; }</pre>	<pre>n, m = map(int, input().split()) mp = dict() mp[0] = 1 sum = 0 res = 0 for i in range(n): x = int(input()) sum += x; if (sum - m) in mp: res += mp[sum - m] if sum in mp: mp[sum] += 1 else: mp[sum] = 1 print(res)</pre>

3. Определите, сколько существует неэквивалентных друг другу логических функций трех переменных $F(X,Y,Z)$, таких, что выполняется тождественное равенство:
 $((F(X,Y,Z) \rightarrow X) \rightarrow Y) \rightarrow Z \equiv ((X \rightarrow Y) \text{ and } \text{not } Z) \rightarrow \text{not } F(X,Y,Z)$
 Ответ обоснуйте.

Примечание. Две логические функции трех переменных $F(X,Y,Z)$ и $G(X,Y,Z)$ будем считать неэквивалентными друг другу тогда и только тогда, когда существует хотя бы один набор значений переменных (X',Y',Z') , такой, что значение функции $F(X',Y',Z')$ не равно значению функции $G(X',Y',Z')$.

4. У вас есть 2022 бутылок, все наполнены квасом, но в одной квас испорчен. У вас также есть x мышей, которых вы можете заставить попробовать напитки из определенного подмножества бутылок. В течение суток, если мыши досталась хотя бы капля испорченного кваса, она заболевает и больше в опытах не участвует. Чему должно быть

равно минимальное значение x , чтобы за двое суток определить, в какой именно бутылке квас испорчен. Как при этом надо действовать?

5. При археологических раскопках был найден зашифрованный текст на русском языке “абсбабс бабсб абсбабсрп”. Помогите археологам его расшифровать. Ответ обоснуйте

Ответы и решения

1. 0, 1, 4
2. Алгоритм подсчитывает количество подмассивов, которые имеют сумму m . Решение этой задачи использует идею префиксных сумм и перебор правой границы подмассивов.
3. 64 (построим таблицы истинности и определим количества строк с неопределенными значениями функции).
4. Пронумеруем бутылки в троичной системе исчисления. Для этого нам вполне достаточно 7 символов, т.к. $3^7=2187 > 2022$. Первая бутылка у нас будет иметь номер 0000000, вторая 0000001, третья 0000002, четвёртая 0000010,
После этого заставим первую мышь выпить из всех бутылок, у которых на первой позиции номера стоит 0, вторую – из всех бутылок, у которых ноль стоит на второй позиции. И так далее. Всего используем 7 мышей. Если кто-то через сутки заболеет, то, значит, с нулем на этой позиции мы угадали, если нет, то двигаемся дальше.
На второй все здоровые мыши пробуют все бутылки, в которых на соответствующих местах стоит 1. Если какие-то заболели на второй день, то, значит, что мы угадали с позициями единичек в номере испорченной бутылки. Если мышь здорова, то на соответствующей позиции номера испорченной бутылки стоит двойка. Таким образом, мы точно определим номер бутылки за двое суток.
Пример: если первая мышь заболела за первые сутки, вторая за вторые, а остальные здоровы, то испорчена бутылка номер $0122222_3 = 243 + 242 = 485$.
Ответ: достаточно 7 мышей
5. Колокол около колокольни (шифр замены, работа со словарем).