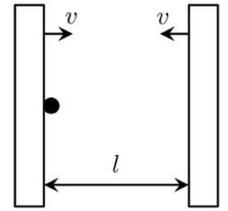


1. Две массивные вертикальные стенки движутся навстречу друг другу со скоростью  $v$ . В тот момент, когда расстояние между стенками было равно  $l$ , легкий неподвижный шарик ударяется об одну из стенок. Найдите время между двумя последующими ударами шарика о стенки.



**Решение**

После первого удара о стенку шарик отскочит от нее с удвоенной скоростью стенки. Тогда время до второго удара будет равно

$$t_2 = \frac{l}{2v + v} = \frac{l}{3v},$$

где  $2v + v$  – скорость сближения.

Расстояние между стенками в момент второго удара будет следующим

$$l_2 = l - 2vt_2 = \frac{l}{3}.$$

После второго удара скорость шарика увеличится еще на две скорости стенки

$$v_2 = 2v + 2v = 4v.$$

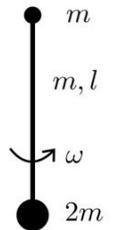
Тогда время между вторым и третьим ударом будет равно

$$t_3 = \frac{l_2}{v_2 + v} = \frac{l}{15v}$$

**Ответ**

$$t_3 = \frac{l}{15v}.$$

2. Система, состоящая из двух тел массами  $m$  и  $2m$ , соединенных массивной однородной нитью массой  $m$  и длины  $l$ , расположена на гладком горизонтальном столе. Всю систему раскрутили вокруг центра масс с угловой скоростью  $\omega$ . Найдите силу натяжения нитей в точках соединения с телами.



**Решение**

Найдем расстояние от груза массы  $2m$  до центра масс

$$x_{\text{ц.м.}} = \frac{2m \cdot 0 + m \frac{l}{2} + ml}{2m + m + m} = \frac{3}{8}l.$$

Тогда груз массы  $m$  вращается по окружности радиуса

$$r_1 = l - x_{\text{ц.м.}} = \frac{5}{8}l,$$

а груз массы  $2m$  по окружности радиуса

$$r_2 = x_{\text{ц.м.}}$$

Запишем второй закон Ньютона на центростремительное направление для обоих грузов

$$\begin{aligned} m\omega^2 r_1 &= T_1 \\ 2m\omega^2 r_2 &= T_2 \end{aligned}$$

Окончательно получаем выражения для сил натяжения нити на концах

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{5}{8}m\omega^2 l \\ T_2 &= \frac{3}{4}m\omega^2 l \end{aligned}$$

**Ответ**

$$T_1 = \frac{5}{8}m\omega^2 l$$

$$T_2 = \frac{3}{4} m \omega^2 l$$

3. Ледяной шар радиуса  $R$  при температуре  $t_0 = 0^\circ \text{C}$  начинают равномерно нагревать со всех сторон. Мощность нагревателя зависит от времени  $t$  по закону  $N(t) = \beta t$ . Найдите время, за которое растает половина массы шара. Плотность льда  $\rho$ , удельная теплота плавления льда  $\lambda$ .

**Решение**

По определению мощности

$$N = \frac{\Delta Q}{\Delta t},$$

Тогда количество подведенного тепла

$$Q = \sum N \Delta t$$

можно найти как площадь под графиком  $N(t)$ :

$$Q = \frac{1}{2} \beta t^2.$$

Уравнение теплового баланса для системы

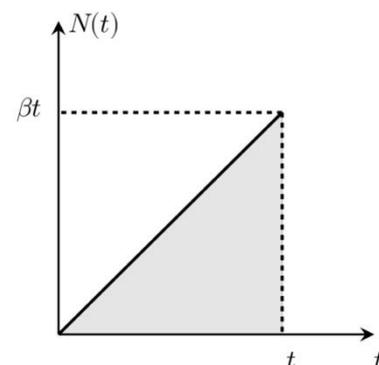
$$Q = \lambda \Delta m = \lambda \left( \rho \frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{1}{2} \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \right) = \frac{2}{3} \pi \lambda \rho R^3.$$

Тогда время нагревания равно

$$t = \sqrt{\frac{4\pi\lambda\rho R^3}{3\beta}}$$

**Ответ**

$$t = \sqrt{\frac{4\pi\lambda\rho R^3}{3\beta}}$$



4. Два одинаковых амперметра подсоединяют к цепи как показано на рисунке. Считая источник идеальным, найдите показания амперметров во второй схеме, если в первой они равны  $I_1$  и  $I_2$ . Сопротивление резистора  $R$ .

**Решение**

Ток, текущий через резистор равен  $I_R = I_1 - I_2$ , а напряжение на нем  $U_R = R I_R$ . Второй амперметр подключен к резистору параллельно, тогда его сопротивление амперметра равно

$$R_A = \frac{U_R}{I_2} = \frac{R I_R}{I_2}.$$

Найдем ЭДС источника

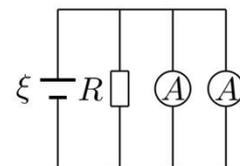
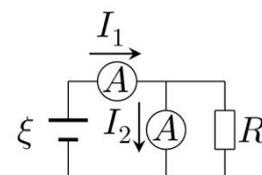
$$\xi = I_1 R_{\text{общ}} = I_1 \left( R_A + \frac{R R_A}{R + R_A} \right) = \frac{I_1^2 - I_2^2}{I_2} R$$

Во второй схеме на амперметрах будет одинаковое напряжение, равное  $\xi$ , тогда показания амперметров будут равны

$$I = \frac{\xi}{R_A} = I_1 + I_2$$

**Ответ**

$$I = I_1 + I_2$$



5. Материальная точка движется под углом  $\beta$  к главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$ . Найдите скорость изображения в тот момент, когда тело проходит через точку на главной оптической оси, удаленную от линзы на расстояние  $2F$ .

**Решение**

Компоненты скорости источника вдоль оси линзы  $v_{\parallel}$  и перпендикулярно оси  $v_{\perp}$  равны

$$\begin{aligned}v_{\parallel} &= v \cos \beta, \\v_{\perp} &= v \sin \beta.\end{aligned}$$

Компоненты скорости изображения вдоль оси линзы  $u_{\parallel}$  и перпендикулярно оси  $u_{\perp}$  равны

$$\begin{aligned}u_{\parallel} &= \Gamma_{\parallel} v_{\parallel}, \\u_{\perp} &= \Gamma_{\perp} v_{\perp},\end{aligned}$$

где  $\Gamma_{\parallel}$  и  $\Gamma_{\perp}$  - продольное и поперечное увеличения линзы.

$$\begin{aligned}\Gamma_{\perp} &= \frac{F}{a - F} = \frac{F}{2F - F} = 1, \\ \Gamma_{\parallel} &= \Gamma_{\perp}^2 = 1.\end{aligned}$$

Тогда скорость изображения будет равна

$$u = \sqrt{u_{\perp}^2 + u_{\parallel}^2} = v \sqrt{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta} = v$$

**Ответ**

$$u = v \sqrt{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta} = v$$