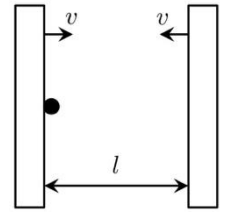


1. Две массивные вертикальные стенки движутся навстречу друг другу со скоростью v . В тот момент, когда расстояние между стенками было равно l , легкий неподвижный шарик ударяется об одну из стенок. Найдите время между двумя последующими ударами шарика о стенки.



Решение

После первого удара о стенку шарик отскочит от нее с удвоенной скоростью стенки. Тогда время до второго удара будет равно

$$t_2 = \frac{l}{2v + v} = \frac{l}{3v},$$

где $2v + v$ – скорость сближения.

Расстояние между стенками в момент второго удара будет следующим

$$l_2 = l - 2vt_2 = \frac{l}{3}.$$

После второго удара скорость шарика увеличится еще на две скорости стенки

$$v_2 = 2v + 2v = 4v.$$

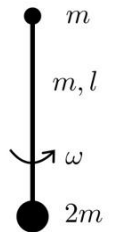
Тогда время между вторым и третьим ударом будет равно

$$t_3 = \frac{l_2}{v_2 + v} = \frac{l}{15v}$$

Ответ

$$t_3 = \frac{l}{15v}.$$

2. Система, состоящая из двух тел массами m и $2m$, соединенных массивной однородной нитью массой m и длины l , расположена на гладком горизонтальном столе. Всю систему раскрутили вокруг центра масс с угловой скоростью ω . Найдите силу натяжения нитей в точках соединения с телами.



Решение

Найдем расстояние от груза массы $2m$ до центра масс

$$x_{\text{ц.м.}} = \frac{2m \cdot 0 + m \frac{l}{2} + ml}{2m + m + m} = \frac{3}{8}l.$$

Тогда груз массы m вращается по окружности радиуса

$$r_1 = l - x_{\text{ц.м.}} = \frac{5}{8}l,$$

а груз массы $2m$ по окружности радиуса

$$r_2 = x_{\text{ц.м.}}$$

Запишем второй закон Ньютона на центростремительное направление для обоих грузов

$$m\omega^2 r_1 = T_1$$

$$2m\omega^2 r_2 = T_2$$

Окончательно получаем выражения для сил натяжения нити на концах

$$T_1 = \frac{5}{8}m\omega^2 l$$

$$T_2 = \frac{3}{4}m\omega^2 l$$

Ответ

$$T_1 = \frac{5}{8}m\omega^2 l$$

$$T_2 = \frac{3}{4} m \omega^2 l$$

3. Ледяной шар радиуса R при температуре $t_0 = 0^\circ \text{C}$ начинают равномерно нагревать со всех сторон. Мощность нагревателя зависит от времени t по закону $N(t) = \beta t$. Найдите время, за которое растает половина массы шара. Плотность льда ρ , удельная теплота плавления льда λ .

Решение

По определению мощности

$$N = \frac{\Delta Q}{\Delta t},$$

Тогда количество подведенного тепла

$$Q = \sum N \Delta t$$

можно найти как площадь под графиком $N(t)$:

$$Q = \frac{1}{2} \beta t^2.$$

Уравнение теплового баланса для системы

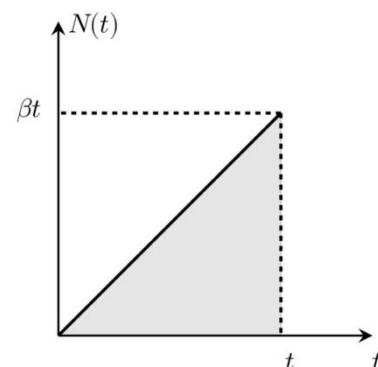
$$Q = \lambda \Delta m = \lambda \left(\rho \frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{1}{2} \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \right) = \frac{2}{3} \pi \lambda \rho R^3.$$

Тогда время нагревания равно

$$t = \sqrt{\frac{4\pi\lambda\rho R^3}{3\beta}}$$

Ответ

$$t = \sqrt{\frac{4\pi\lambda\rho R^3}{3\beta}}$$



4. Два одинаковых амперметра подсоединяют к цепи как показано на рисунке. Считая источник идеальным, найдите показания амперметров во второй схеме, если в первой они равны I_1 и I_2 . Сопротивление резистора R .

Решение

Ток, текущий через резистор равен $I_R = I_1 - I_2$, а напряжение на нем $U_R = R I_R$. Второй амперметр подключен к резистору параллельно, тогда его сопротивление амперметра равно

$$R_A = \frac{U_R}{I_2} = \frac{R I_R}{I_2}.$$

Найдем ЭДС источника

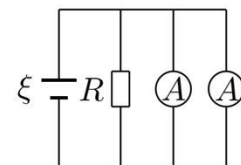
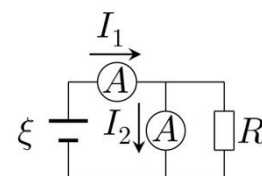
$$\xi = I_1 R_{\text{общ}} = I_1 \left(R_A + \frac{R R_A}{R + R_A} \right) = \frac{I_1^2 - I_2^2}{I_2} R$$

Во второй схеме на амперметрах будет одинаковое напряжение, равное ξ , тогда показания амперметров будут равны

$$I = \frac{\xi}{R_A} = I_1 + I_2$$

Ответ

$$I = I_1 + I_2$$



5. Материальная точка движется под углом β к главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F . Найдите скорость изображения в тот момент, когда тело проходит через точку на главной оптической оси, удаленную от линзы на расстояние $2F$.

Решение

Компоненты скорости источника вдоль оси линзы v_{\parallel} и перпендикулярно оси v_{\perp} равны

$$\begin{aligned}v_{\parallel} &= v \cos \beta, \\v_{\perp} &= v \sin \beta.\end{aligned}$$

Компоненты скорости изображения вдоль оси линзы u_{\parallel} и перпендикулярно оси u_{\perp} равны

$$\begin{aligned}u_{\parallel} &= \Gamma_{\parallel} v_{\parallel}, \\u_{\perp} &= \Gamma_{\perp} v_{\perp},\end{aligned}$$

где Γ_{\parallel} и Γ_{\perp} - продольное и поперечное увеличения линзы.

$$\begin{aligned}\Gamma_{\perp} &= \frac{F}{a - F} = \frac{F}{2F - F} = 1, \\ \Gamma_{\parallel} &= \Gamma_{\perp}^2 = 1.\end{aligned}$$

Тогда скорость изображения будет равна

$$u = \sqrt{u_{\perp}^2 + u_{\parallel}^2} = v \sqrt{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta} = v$$

Ответ

$$u = v \sqrt{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta} = v$$