

1 тур интернет-олимпиады СУНЦ МГУ

Математика

8 класс

1. В летнем лагере собрались незнакомые ребята. В конце смены оказалось, что каждый мальчик познакомился с десятью девочками, а каждая девочка познакомилась с девятью мальчиками. Сколько ребят могло быть в лагере, если известно, что их было меньше ста?
2. В зоопарке открылся новый павильон, в котором в ряд расположены 6 клеток. Директор зоопарка хочет поселить в них зайца, кролика, волка, лису, бегемота и носорога (по одному в клетку). Сколькими способами он может это сделать, если ни волка, ни лису нельзя селить рядом ни с зайцем, ни с кроликом?
3. На плоскости отмечены 2021 точек (никакие три не лежат на одной прямой) и k отрезков, соединяющих некоторые из них. Оля и Коля играют в следующую игру. Ходы делаются по очереди. Сначала Оля выбирает две точки, называет одну из них A , другую B и кладет фишку в A . После этого каждым своим ходом Коля передвигает фишку из одной отмеченной точки в другую вдоль отрезка (если это возможно), а Оля каждым своим ходом удаляет один отрезок (кроме отмеченных точек). Коля победит, если сможет переместить фишку в B , если не сможет — то победит Оля.
При каком наибольшем k Оля может гарантировать себе победу независимо от того, какие отрезки проведены изначально?
4. Валентин нарисовал на плоскости 2021 луч. На какое наибольшее число областей эти лучи могли разбить плоскость?
5. Дан треугольник ABC . Точка X делит сторону AB пополам. Точка Y на стороне AC такова, что $ZCY = AC$. Известно, что $XY \perp AB$. Найдите CX , если $BC = 15$.
6. Любопытный Аркаша нашел все такие тройки целых чисел (a, b, c) , что $4^a + 3^b = c^2$. Сколько пар нашел Аркаша?