

## 1 ТУР ИНТЕРНЕТ-ОЛИМПИАДЫ СУНЦ МГУ. 10 КЛАСС

1. В колоде у фокусника 36 карт. Он перемешивает колоду следующим образом: делит её на две части, в каждой не менее 5 карт, и меняет их местами; затем он показывает верхнюю карту, кладет её внизу колоды и перемешивает ещё раз, и так далее. Оказалось, что каждый раз фокусник умудряется показать пиковую даму. Какое наименьшее количество дам может быть у него в колоде?
2. Найдите наименьший корень уравнения

$$\sqrt{15}\sin x + \sqrt{5}\cos x - \sqrt{10}\cos\left(2x + \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{10}\sin\left(2x + \frac{\pi}{12}\right) = 4\sqrt{5},$$

лежащий правее числа  $7\pi$ . Численный ответ при необходимости округлите до десятых долей после запятой включительно.

3. На окружности против часовой стрелки отмечены 7 точек:  $A, B, C, D, E, F, G$ . Угол  $FAC$  в 2 раза меньше угла  $ACE$ , в 3 раза меньше угла  $CEG$ , в 4 раза меньше угла  $EGB$ , в 5 раз меньше угла  $GBD$ , в 6 раз меньше угла  $BDF$  и в 7 раз меньше угла  $DFA$ . Найдите величину угла  $EBD$  в градусах. Численный ответ при необходимости округлите до десятых долей после запятой включительно.
4. Функция  $f$  определена на всей вещественной прямой и такова, что
$$\begin{cases} 5f(2\sin t) - 3f\left(4 - 3\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right)\right) = 28t^2, \\ 6f\left(-7\sin\left(t - \frac{2\pi}{3}\right)\right) - 7f\left(2\cos^2 t + \frac{1}{2}\right) = 72t^2 - \pi^2. \end{cases}$$
 Найдите  $f(2)$ . Численный ответ при необходимости округлите до десятых долей после запятой включительно.
5. Палиндромом называется число, которое читается одинаково и слева направо, и справа налево. Например, сумма всех делителей (включая единицу и само число) числа 2021 — число 2112 — является палиндромом. Найдите такое двузначное число, что сумма всех его делителей — двузначный палиндром.
6. Вершины  $P$  и  $Q$  квадрата  $PQRS$  лежат на стороне  $AB$  треугольника  $ABC$ , вершина  $R$  лежит на стороне  $BC$ , вершина  $S$  лежит на стороне  $AC$ . Описанная вокруг квадрата  $PQRS$  окружность касается прямой  $CB$  и пересекает отрезок  $AS$  в точке  $T$ . Площадь треугольника  $BRQ$  равна 8, отрезок  $AT$  равен  $\frac{21}{5}$ . Найдите длину отрезка  $AP$ .