Лекция 3

Движения в системах со связями. Метод малых перемещений. Метод разложения скоростей на составляющие. Законы Ньютона.

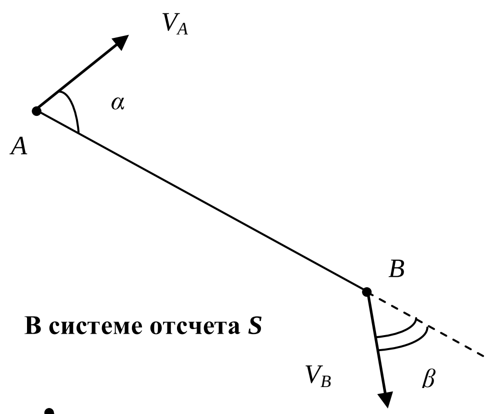
Вводные замечания

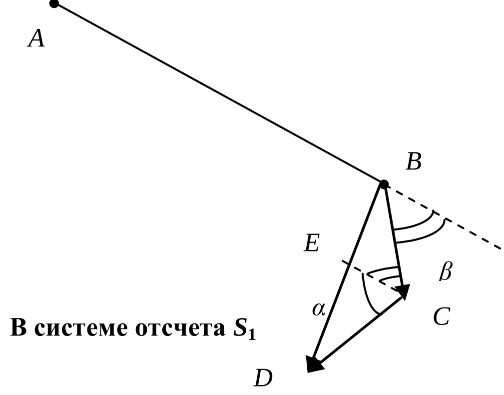
Механической связью называют ограничения, накладываемые на координаты и (или) скорости частиц в механической системе, которые должны выполняться при любом её движении.

В силу большого разнообразия механических связей, их общее теоретическое рассмотрение является достаточно сложной задачей. Поэтому мы ограничимся рассмотрением нескольких наиболее часто встречающихся типов механических связей. И будем это делать в основном на конкретных примерах.

Абсолютно твердые (жесткие) связи

Тело называется **абсолютно твердым**, если в процессе его движения расстояния между любыми его точками остается постоянным.





Пример 1. Пусть AB – абсолютно твердый стержень. Могут ли скорости его концов (точек A и B) быть любыми по величине и направлению или они связаны между собой? Если они связаны, то как?

Решение. Пусть в некоторой системе отсчета S скорость точки A равна вектору $\vec{V}_A$, а скорость точки B равна вектору $\vec{V}_B$. Причем вектора $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ образуют с вектором $\overrightarrow{AB}$ углы α и β соответственно (см. первый рисунок). Перейдем в поступательно движущуюся систему отсчета S_1, имеющую в системе отсчета S в каждый момент времени ту же скорость, что точка A. Тогда по формуле сложения скоростей точка A в этой системе отсчета будет неподвижна, а скорость точки B будет равна $\vec{V}_{1B} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$. На втором рисунке вектор $\overrightarrow{BD}$ равен вектору $\vec{V}_{1B}$ скорости точки B в системе отсчета S_1, вектора $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{CD}$ равны векторам $\vec{V}_B$ и "$-\vec{V}_A$" соответственно, а прямая EC параллельна прямой AB (по построению). Поскольку стержень абсолютно твердый, то расстояние AB не меняется с течением времени. Кроме того, точка A в системе отсчета S_1 неподвижна. Поэтому точка B в этой же системе отсчета S_1 может двигаться только по окружности с центром в точке A и радиусом AB. Как известно, скорость частицы всегда направлена по касательной к её траектории, а касательная к окружности перпендикулярна радиусу окружности. Поэтому получаем, что скорость $\vec{V}_{1B}$ (вектор $\overrightarrow{BD}$) должна быть перпендикулярна радиусу AB. Последнее означает, что на втором рисунке углы ABD и CED – прямые. И, следовательно, $EC = CD \cos\alpha = BC \cos\beta$ или

$$V_A \cos\alpha = V_B \cos\beta \qquad (1в)$$

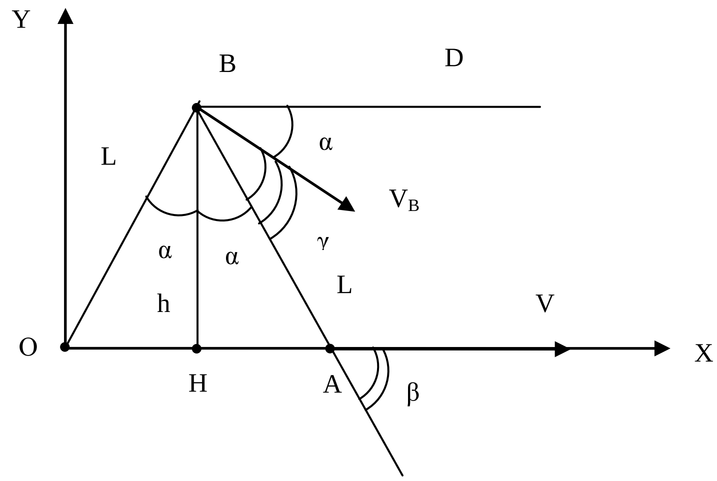
Формула (1в) означает, что проекции скоростей концов абсолютно жесткого стержня на направление стержня одинаковы. Заметим, что при доказательстве (1в) мы не пользовались тем, что точки A и B являются именно концами стержня и вообще, что AB – это обязательно стержень. Поэтому (1в) справедливо для скоростей любых двух точек A и B, расстояние между которыми остается постоянным. Итак, мы доказали первое важное утверждение:

Утверждение 1. Проекции мгновенных скоростей любых двух точек, расстояние между которыми в процессе их движения сохраняется, на проходящую через них координатную ось всегда равны между собой.

В частности, Утверждение 1 всегда справедливо для любых двух точек абсолютно твердого тела.

Пример 2. Точка A движется вдоль оси X. Точка B движется по плоскости XY таким образом, что расстояние OB от нее до начала координат все время равно L и оно же равно расстоянию AB до точки A. Найти скорость точки B в тот момент, когда расстояние от нее до оси X равно h, если скорость точки A в этот момент равна V.

Решение. 1 способ. По условию точка B движется так, что BA = BO, т.е. точка B является вершиной равнобедренного треугольника с основанием OA. Как известно в равнобедренном треугольнике высота BH, проведенная к основанию одновременно является медианой. Поэтому x-я координата точки B все время равна половине x-ой координаты точки A. Следовательно, изменение x-й координаты точки B за любой малый промежуток



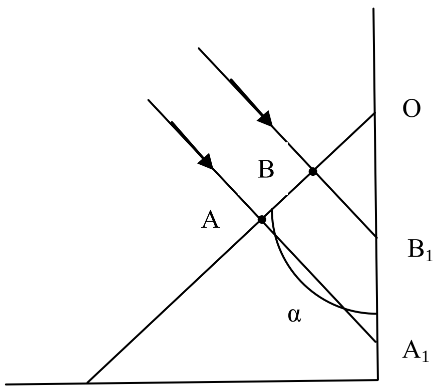
времени равно половине изменения x-ой координаты точки A за этот же промежуток времени. И значит, проекция мгновенной скорости точки B на ось Ox все время равна половине мгновенной скорости точки A: $V_{Bx} = V/2$. Далее, поскольку точка B движется по плоскости XY так, что расстояние OB все время равно L, то точка B обязательно движется по окружности радиуса L с центром в точке O. Значит, вектор скорости точки B всегда перпендикулярен радиусу окружности OB. Пусть луч BD параллелен оси Ox. Тогда угол между вектором скорости точки B и лучом BD равен углу OBH = α (как углы с взаимно перпендикулярными сторонами). Поэтому $V_{Bx} = V_B \cos\alpha = V/2$. Но $\cos\alpha = BH/OB = h/L$. Таким образом, $V_B = VL/(2h)$.

2 способ. Пользуясь Утверждением 1 для точек A и B, имеем: $V\cos\beta = V_B \cos\gamma$ (см. рисунок). Кроме того, по условию точка B движется по окружности радиуса L с центром в точке O. Значит, вектор скорости точки B всегда перпендикулярен радиусу окружности OB. Учитывая также, что вертикальные углы равны, а в равнобедренном треугольника углы при основании равны и высота является биссектрисой, получим $\gamma = 90° – 2\alpha$, $\beta = 90° – \alpha$. Поэтому: $V_B = V\cos(90° – \alpha)/\cos(90° – 2\alpha) = V\sin\alpha/\sin(2\alpha) = V/(2\cos\alpha)$. Здесь использовано тригонометрическое тождество $\sin(2\alpha) = 2\cos\alpha \sin\alpha$. Но $\cos\alpha = BH/OB = h/L$. Таким образом, $V_B = VL/(2h)$.

Метод малых перемещений

Метод исследования движения частиц в системе с механическими связями, основанный на анализе движения частей системы за очень малый промежуток времени, называется **методом малых перемещений**. При этом рассматриваемые промежутки времени должны быть настолько малыми, что скорости всех частиц системы можно было бы считать постоянными. Метод малых перемещений является наиболее универсальным методом решения задач для систем частиц со связями.

Пример 3. Муха ползет со скоростью V вверх по стеклу, прислоненному к стене под углом α. На стекло перпендикулярно падает солнечный свет. С какой скоростью будет двигаться тень мухи по вертикальной стене?

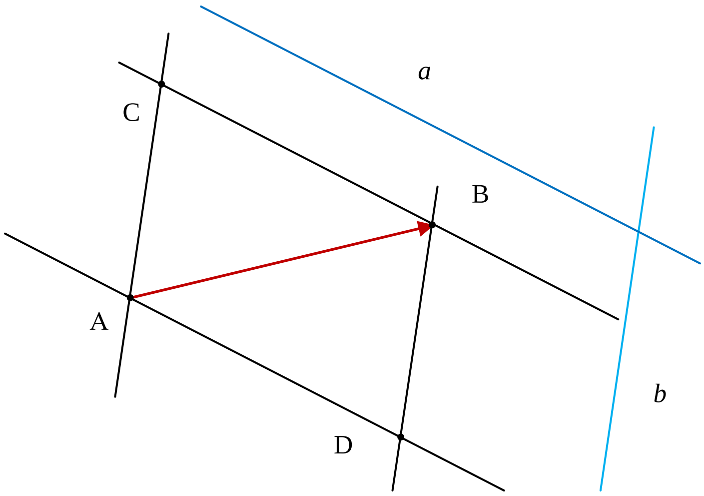


Решение. Способ 1. Воспользуемся методом малых перемещений. Пусть за малое время τ муха переместится из точки A в точку B. Тогда $AB = V\tau$. С другой стороны, за это же время тень мухи переместится из точки A_1 в точку B_1. (по условию лучи света AA_1 и BB_1 перпендикулярны стеклу OA). Причем по определению косинуса $OB_1 = OB/\cos\alpha$, $OA_1 = OA/\cos\alpha$. Поэтому модуль перемещения тени будет равен A_1B_1

= (OA – OB)/cosα = AB/cosα = Vτ/cosα. И значит, скорость тени $U = A_1B_1/\tau = V/\cos\alpha$. Второй способ решения этой задачи приведен в следующем пункте.

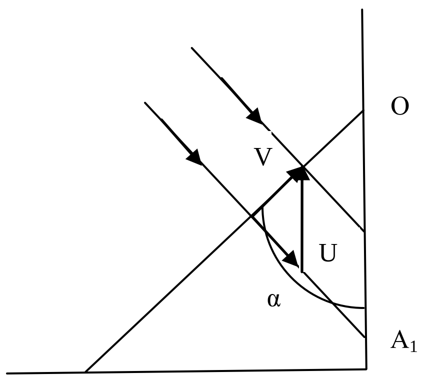
Метод разложения скоростей на составляющие

Любой вектор можно представить как сумму двух других («разложить на две составляющие») бесконечным числом способов. Однако, если известна одна из составляющих или известно направление обеих составляющих, то это можно сделать единственным способом, воспользовавшись правилом параллелограмма для сложения векторов. Допустим, мы хотим разложить вектор $\overrightarrow{AB}$ на составляющие параллельные прямым *a* и *b*. Проведем через точки A и B прямые параллельные прямым *a* и *b*. Пересечение этих двух пар параллельных прямых однозначно определяет четыре вершины параллелограмма ACBD. При этом $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$, где вектор $\overrightarrow{AD}$ параллелен прямой *a*, а вектор $\overrightarrow{AC}$ параллелен прямой *b*.



Пример 3. Муха ползет со скоростью V вверх по стеклу, прислоненному к стене под углом α. На стекло перпендикулярно падает солнечный свет. С какой скоростью будет двигаться тень мухи по вертикальной стене?

Решение. Способ 2. (Первый способ решения этой задачи приведен в предыдущем пункте). Реальная скорость мухи V направлена вдоль поверхности стекла. Но ее можно разложить на две составляющие: вдоль направления падения солнечного света и параллельно стене (U). Если муха будет двигаться только вдоль направления падения солнечного света, то ее тень будет неподвижной. Если же муха будет двигаться строго параллельно стене, то тень будет двигаться с той же скоростью U, что и муха. Но лучи падают по условию перпендикулярно стеклу, поэтому V = U cosα. Откуда получаем, что U = V/cosα.

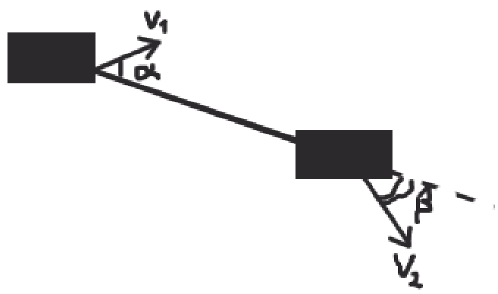


Второй способ иллюстрирует суть метода решения задач для систем частиц со связями путем разложения **реальных** скоростей движения частиц на составляющие, исходя из физических соображений. Обычно этот метод приводит к ответу более коротким путем, чем метод малых перемещений. Однако и принципиально ошибиться в рассуждениях при решении этим методом также намного проще, чем при использовании математически более громоздкого, но зато более наглядного метода малых перемещений.

Гибкие нерастяжимые связи

Рассмотрим теперь более сложный случай, когда две частицы связаны гибкой нерастяжимой связью (шнуром, цепочкой, веревкой, нитью и т.п.). Здесь возможно несколько случаев.

1) Если нить не натянута (провисает, свернута и т.п.), то ее наличие, очевидно, не будет накладывать ни каких ограничений на движение каждой из частиц.



2) Если частицы соединены *отрезком натянутой* нерастяжимой нити, то расстояние между ними в процессе их движения меняться не будет и для скоростей таких двух частиц будет справедливо **Утверждение 1**.

$$V_1\cos\alpha=V_2\cos\beta$$

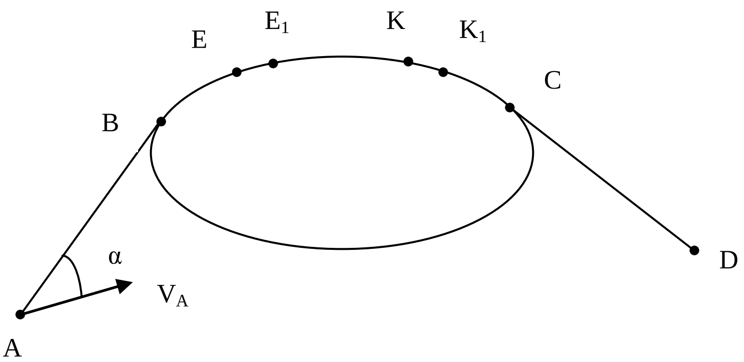
3) Если частицы соединены *искривленным участком натянутой* нерастяжимой нити (например, нить переброшена через блок или огибает какое-то другое абсолютно твердое тело), то расстояние между частицами будет меняться и Утверждением 1 пользоваться нельзя. В этом случае, однако, можно сформулировать другое утверждение.

Утверждение 2. Если точки *A* и *B* находятся на *натянутой* нерастяжимой нити, все участки которой лежат в неподвижной плоскости и искривленные участки прижаты к *неподвижным* поверхностям абсолютно твердых тел, то проекции мгновенных скоростей точек *A* и *B* на направление нити всегда равны между собой.

Доказательство. Воспользуемся методом малых перемещений. Разобьем нить на прямолинейные и искривленные участки. Для двух точек, лежащих на одном и том же прямолинейном участке, Утверждение 2 является просто сформулированным иначе Утверждением 1. Поэтому (см. рисунок)

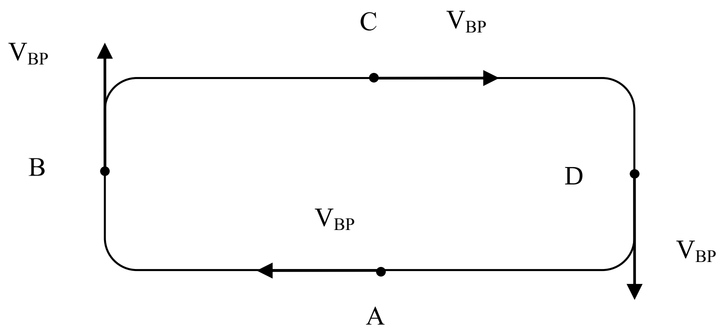
$$V_{AH} = V_{BH},\ V_{CH} = V_{DH}. \qquad (2)$$

Здесь и далее V_{PH} – обозначает проекцию мгновенной скорости точки P нити на направление нити. Например, $V_{AH} = V_A \cos\alpha$, где V_A – скорость точки A. Искривленные участки нити по условию лежат в неподвижной плоскости и прижаты к неподвижной поверхности абсолютно твердого тела. Значит мгновенная скорость любой точки, лежащей на искривленном участке нити, может быть направлена только по касательной к нити (и по касательной к поверхности, к которой нить прижата). Рассмотрим теперь произвольный кусок нити LM, лежащий полностью на искривленном участке BC. Пусть в начальный момент времени кусок нити LM был прижат к участку EK поверхности абсолютно твердого тела. Спустя очень малый промежуток времени dt участок нити LM переместится вдоль участка поверхности твердого тела и будет прижат к участку поверхности E_1K_1. В силу малости промежутка времени dt движение точек L и M можно считать равномерным. Поэтому длина дуги $EE_1 = V_{LH}dt$, а дуги $KK_1 = V_{MH}dt$. С другой стороны, поскольку нить нерастяжима и натянута, то длина участка нити LM не меняется, поэтому длины дуг EK и E_1K_1 равны, т.е. $EE_1 + E_1K = E_1K + KK_1$, и значит длины дуг EE_1 и KK_1 также равны. Откуда сразу получаем, что $V_{LH} = V_{MH}$. Это справедливо для любых точек нити L и M, лежащих на искривленном участке BC, включая точки B и C. Учитывая также равенство (П1.1), получаем, что Утверждение 2 доказано.



Пример 4. Вездеход на гусеницах движется со скоростью $V = 1$ м/с относительно поверхности Земли (гусеницы вездехода по земле не проскальзывают). С какой скоростью относительно поверхности Земли движется точка, расположенная в данный момент: 1) на нижней части гусеницы, 2) на верхней части гусеницы; 3) на той части гусеницы, которая движется вертикально относительно вездехода.

Решение. Перейдем в поступательно движущуюся систему отсчета S, относительно которой кабина вездехода покоится. Эта система отсчета движется относительно Земли со скоростью вездехода $V = 1$м/с. Траектория любой точки K гусеницы в системе отсчета S совпадает с частью гусеницы. Значит, мгновенная скорость точки K в системе отсчета «кабина

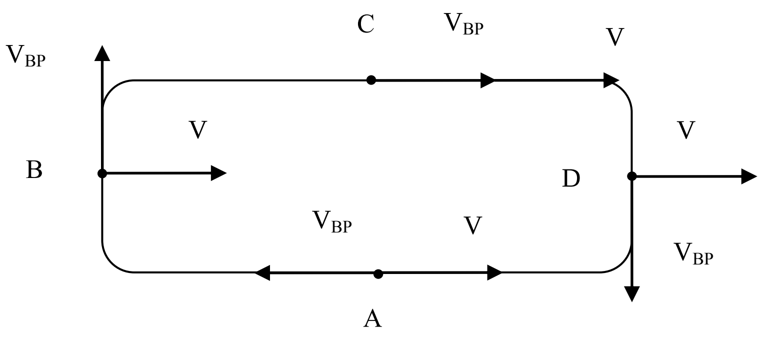


Система отсчета S («кабина вездехода»)

вездехода» всегда направлена по касательной к гусенице. Кроме того, т.к. длина любого участка гусеницы не меняется, то скорость любой ее точки в этой системе отсчета будет одинаковой по величине (реализуется частный случай Утверждения 2). Обозначим величину этой скорости $V_{вр}$. Перейдем теперь обратно в систему отсчета, связанную с землей. Пользуясь формулой сложения скоростей, получим, что вектор скорости любой точки гусеницы K в системе отсчета «земля» может быть найден по формуле:

$$\vec{V}_K = \vec{V}_{K,BP} + \vec{V}. \qquad (3)$$

Здесь $\vec{V}_{K,BP}$ – вектор скорости точки K в системе отсчета S («кабина вездехода»). Величина этой скорости одинакова для всех точек и равна $V_{вр}$ ($V_{K,BP} = V_{BP}$), а ее направление совпадает с направлением касательной к гусенице, проведенной в точке K. Поскольку гусеница вездехода по земле не проскальзывает, то скорость любой точки A нижней части гусеницы относительно земли равна нулю (V_A = 0), и значит, в силу (3) $\vec{V}_{A,BP} = -\vec{V}$. Отсюда сразу следует, что $V_{вр}$ = V = 1 м/с. Пользуясь далее правилом сложения векторов, получим ответы на второй и третий вопросы. Любая точка верхней части гусеницы (например, точка C) имеет скорость 2V = 2 м/с, направленную горизонтально. Любая точка на той части гусеницы, которая движется вертикально относительно вездехода (например, точки B и D), имеет скорость $\sqrt{2}V \approx 1{,}4$ м/с, которая направлена под углом 45° к горизонту вверх или вниз (для точки B вверх, для точки D вниз).



Система отсчета «земля»

Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета

Начиная с Аристотеля, на протяжении почти двадцати веков существовало мнение, что движение с постоянной скоростью нуждается для своего поддержания во внешнем воздействии, а при отсутствии такого воздействия движение прекращается и устанавливается абсолютный покой. Замечу, что такое представление неизбежно тесно связано с представлением о неподвижном центре Вселенной, например, Земле и движущихся вокруг нее Солнце, Луне и звездах или неподвижном Солнце и движущихся вокруг него Земле и других планетах

(Коперник).

Истинный переворот в понимании механического движения связан с именем итальянского мыслителя Джордано Бруно (1548 – 1600). Бруно выдвинул идею множественности миров: Солнце не является центром мироздания, оно лишь одна из бесчисленных звезд, но только расположено не очень далеко от нас. Это и нанесло решающий удар по механике Аристотеля. Ведь если нет центра мироздания, то бессмысленно говорить об абсолютном покое. Но, разрушив основную идею механики Аристотеля, Бруно не успел создать не ее месте ничего нового. Он был обвинен инквизицией в ереси и в 1600 году сожжен на костре.

Понадобился гений Галилея и Ньютона, чтобы до конца осознать, что объяснения требует не движение с постоянной скоростью, а *изменение скорости*. Подробнее с представлениями Аристотеля и историей возникновения механики Ньютона можно ознакомиться в статье Г.Мякишева «Если бы Аристотель был прав» (Квант №2, 1995[1]). Замечу лишь, что свои законы Ньютон опубликовал в 1687 году. Следует также иметь в виду, что приводимые ниже современные формулировки трех законов Ньютона существенно отличаются от авторских.

Опыты Галилея показали, что **все тела обладают свойством инертности**, которое заключается в том, что *изменение состояния покоя или движения тела происходит постепенно,* а не мгновенно. Подчеркну, что не обнаружено ни одного явления, которое бы противоречило этому утверждению. В первой половине 16 века Галилеем был фактически также открыт **закон инерции**, согласно которому: «материальная точка покоится или движется прямолинейно и равномерно, если на нее не действуют другие тела». Однако Галилею не удалось дать строгую формулировку этого закона.

В современной классической механике ключевую роль играет понятие инерциальной системы отсчета: системы отсчета, в которых любая материальная точка покоится или движется равномерно и прямолинейно, если на нее не действуют другие тела, называются **инерциальными**. Иными словами инерциальными называются такие системы отсчета, в которых закон инерции, открытый Галилеем, выполняется точно.

Первый закон Ньютона *в современной формулировке* заключается в утверждении, что **инерциальные системы отсчета (ИСО) существуют**. Т.е. существуют такие системы отсчета, относительно которых любая материальная точка покоится или движется равномерно и прямолинейно, если на нее не действуют другие тела.

Заметим, что первый закон Ньютона: 1) утверждает взаимодействие тел как единственную

[1] С материалом статьи можно также ознакомиться по ссылке http://www.physbook.ru/index.php/Kvant._Аристотель

возможную причину изменения состояния их движения в ИСО; 2) указывает на эквивалентность состояний покоя и равномерного прямолинейного движения частицы в том смысле, что оба состояния сохраняются в ИСО в отсутствии внешнего воздействия; 3) дает критерий отбора ИСО: если в некоторой системе отсчета на частицу не действуют другие тела, а она движется с ускорением, значит, используемая система отсчета не является инерциальной. Причем, сравнивая ускорения такой свободной частицы в разных системах отсчета, можно выбирать те из них, которые наиболее приближены к инерциальным.

Введение ИСО основано на использовании представления о свободном теле, на которое не действуют другие тела. При этом мы опираемся на принципиальное свойство окружающего нас мира: все взаимодействия между телами исчезают при их удалении друг от друга на бесконечно большие расстояния. Однако, с другой стороны, поскольку невозможно удалить одно из тел на бесконечное расстояние от всех остальных тел, то невозможно и осуществить непосредственную экспериментальную проверку первого закона Ньютона. По существу этот закон представляет собой экстраполяцию результатов реальных опытов по проверке закона инерции Галилея на идеализированный случай полного отсутствия внешних воздействий.

Сила

Итак, мы знаем, что будет происходить со свободным телом в инерциальной системе отсчета. Возникает естественный вопрос, а что будет с телом, если на него будут действовать другие тела. Опыт показывает, что в этом случае тело может изменить свою скорость и (или) деформироваться. Оно, конечно, может еще претерпеть химические превращения и многое другое. Но сейчас нас интересуют только *механические* последствия действия тел друг на друга.

Силой называется количественная характеристика взаимодействия тел, приводящего к изменению скорости их движения и (или) деформации.

Так же как и скорость, сила является вектором, т.е. характеризуется не только величиной, но и направлением.

Чтобы сила была полноценной физической величиной, необходимо уметь ее измерять. Рассмотрим кратко один из возможных способов измерения сил. Возьмем определенную (эталонную) пружинку. В свободном состоянии она имеет некоторую длину. Растянем ее строго вдоль оси на определенную величину. Назовем такую растянутую пружину **эталоном силы $\mathbf{F_0}$**. Т.е. мы *по определению считаем, что такой эталон силы действует на прикрепленную к его концу любую частицу с силой $\boldsymbol{F_0}$, направленной вдоль оси пружины в сторону ее центра*. Это определение! Мы могли бы определить параметры эталона силы и иначе. Например, можно было бы считать, что сила, действующая на любую частицу со стороны эталона силы, направлена перпендикулярно оси растянутой пружины. Это, естественно, привело бы к иным более сложным формулировкам второго и третьего законов Ньютона, а также к другим формулировкам законов для основных типов сил, действующих между телами.

Изготовим теперь много таких одинаковых пружинок и, растянув их на одинаковую величину, сделаем из них много эталонов силы $\boldsymbol{F_0}$.

Определение. Пусть на частицу одновременно действуют N одинаково направленных эталонов силы $\boldsymbol{F_0}$ и неизвестная сила $\boldsymbol{F}$. Тогда, если частица при этом движется в инерциальной системе отсчета равномерно и прямолинейно или покоится, то говорят, что сила $\boldsymbol{F}$ имеет величину $N\boldsymbol{F_0}$, а ее направление противоположно направлению эталонов силы $\boldsymbol{F_0}$.

Замечание. Данное определение позволяет:

1) Находить не только величину, но и направление вектора силы.

2) Экспериментально убедиться, что все изготовленные эталоны силы $\boldsymbol{F_0}$ действительно действуют на тела с одинаковой по величине силой. Для этого достаточно подействовать на частицу двумя эталонами силы в противоположных направлениях и убедиться, что частица при этом движется так же, как при отсутствии такого воздействия.

3) Измерять и изучать силы любой природы. Здесь речь идет о принципиальной возможности таких «эталонных» измерений, которые можно проводить, ничего не зная о втором и третьем законах Ньютона.

Третий закон Ньютона.

Опыт показывает, что всякое действие носит взаимный характер: действие «первого» тела на «второе» обязательно связано с аналогичным действием «второго» тела на «первое». При этом согласно **третьему закону Ньютона** в инерциальной системе отсчета *силы одной природы*, с которыми два тела действуют друг на друга: 1) равны по величине; 2) действуют вдоль одной прямой; 3) противоположны по направлению. Подчеркнем, что векторное равенство $\boldsymbol{F_{12}} = -\boldsymbol{F_{21}}$, с помощью которого обычно математически записывают третий закон Ньютона, отражает только первый и третий пункты.

Второй закон Ньютона.

Второй закон Ньютона. В инерциальной системе отсчета: 1) вектор ускорения частицы сонаправлен вектору действующей на нее силы; 2) величина ускорения частицы пропорциональна величине действующей на нее силы. Причем коэффициент пропорциональности между векторами $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{a}$ зависит только от свойств самой частицы и называется ее инертной массой (или просто массой) m:

$$\boldsymbol{F} = m\,\boldsymbol{a} \qquad (4)$$

Если частица взаимодействует с несколькими телами, т.е. на частицу действует, например, N сил $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \ldots, \boldsymbol{F}_N$, то вместо $\boldsymbol{F}$ в левой части (4) будет стоять векторная сумма сил $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \ldots, \boldsymbol{F}_N$ (которую называют равнодействующей системы сил $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \ldots, \boldsymbol{F}_N$):

$$\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \ldots + \boldsymbol{F}_N = m\,\boldsymbol{a} \qquad (5)$$

Напомним, что частицей (материальной точкой) называют тело, размеры которого в условиях данной задачи можно не учитывать. Пользуясь третьим законом Ньютона, можно доказать, что *применительно ко второму закону Ньютона, частицей можно считать тело любых размеров, если в любой интересующий нас момент времени ускорения любых его частей, совпадают между собой*. Подробнее об этом мы будем говорить позже: при изучении свойств центра масс системы частиц.

Подчеркнем, что второй закон Ньютона устанавливает пропорциональность двух векторных величин (ускорения тела в инерциальной системе отсчета и вызывающей это ускорение силы), которые мы уже умеем измерять *независимо друг от друга*. С другой стороны, второй закон Ньютона может быть использован для измерения и изучения различных видов сил. В частности, если все действующие на частицу силы, кроме одной, известны, то неизвестную силу можно найти из (5), зная ускорение и массу частицы.

Величину m называют инертной массой частицы, поскольку, как следует из (4) и (5), она является количественной характеристикой инертности тел (инертность тела тем больше, чем медленнее меняется его скорость при фиксированном внешнем воздействии). Оказалось, что именно единицу измерения массы (а не силы) удобнее взять в качестве основной (дополнительно к единицам измерения длины и времени). В СИ единицей массы является килограмм, а единицей силы – Ньютон (Н). 1 Ньютон – это величина постоянной силы, изменяющей за 1 секунду скорость тела массой 1 кг на 1 м/с в направлении действия силы.

Пусть две частицы, имеющие массы m_1 и m_2, в результате взаимодействия только между собой приобретают ускорения, величины которых равны a_1 и a_2 соответственно. Тогда, поскольку по третьему закону Ньютона эти тела действуют друг на друга с одинаковыми по величине силами, то по второму закону Ньютона их ускорения и массы будут связаны простым соотношением:

$$m_1 a_1 = m_2 a_2.$$

Поэтому, если в качестве первого тела взять «эталонное» тело известной массы $m_1 = m_{эт}$, то, измерив ускорения обоих тел, массу второго тела можно найти по формуле:

$$m_2 = m_{эт}\, a_1/a_2.$$

Важное замечание. Во второй закон Ньютона входят ***вектора*** сил и ускорений. Использование векторов позволяет существенно упростить запись многих общих формул. Но в большинстве случаев решать уравнения, содержащие неизвестные вектора намного сложнее, чем решать несколько уравнений с неизвестными алгебраическими величинами. Именно поэтому при решении конкретных физических задач, в том числе по динамике, *целесообразно переходить от векторной записи уравнений к записи этих уравнений в проекциях на удобные координатные оси*. При этом *надо обязательно* конкретизировать, как именно направлены используемые координатные оси. Лучше всего, конечно, это делать с помощью рисунка, но можно описывать и словами. Однако, при описании словами не достаточно, например, сказать: «направим ось X вертикально или горизонтально». Следует уточнить, куда именно вертикально (вверх или вниз) или куда именно горизонтально (вправо или влево, от первого тела ко второму и т.п.).

Говорят, что механическое состояние частицы в некоторый момент времени известно, если для этого момента в некоторой инерциальной системе отсчета заданы радиус-вектор и скорость частицы. Пусть даны механическое состояние частицы в какой-либо момент времени t_0 и действующие на неё силы $\boldsymbol{F}(t)$. Тогда с помощью второго закона Ньютона $\boldsymbol{a}(t) = \boldsymbol{F}(t)/m$ и кинематических соотношений вида $\boldsymbol{r}(t_0+dt) = \boldsymbol{r}(t_0) + \boldsymbol{v}(t_0)dt$, $\boldsymbol{v}(t_0+dt) = \boldsymbol{v}(t_0) + \boldsymbol{a}(t_0)dt$, следующих из определения скорости и ускорения, можно последовательно найти механические состояния этой частицы во все последующие моменты времени. Именно поэтому II закон Ньютона часто называют **уравнением движения**, ибо его решение описывает изменение начального состояния частицы с течением времени.

Принцип относительности Галилея

Законы механики справедливы в инерциальной системе отсчета. Но таких систем на самом деле бесконечное множество – все они движутся друг относительно друга поступательно, прямолинейно и равномерно. Самое замечательное заключается в том, что совершенно безразлично в какой именно ИСО рассматривается изучаемое механическое движение. Впервые это обстоятельство было осознано Галилеем.

Принцип относительности Галилея утверждает, что *во всех инерциальных системах* *отсчета все механические явления протекают одинаково* ***при одинаковых начальных условиях****.*

Математически принцип относительности Галилея выражается в требовании инвариантности всех законов механики и, в частности, II закона Ньютона относительно **преобразований Галилея**, выражающих преобразование радиус – вектора $\boldsymbol{r}$ движущейся частицы и времени t при переходе от одной ИСО к другой:

$$t_2 = t_1. = t, \qquad \boldsymbol{r}_2\,(t) = \boldsymbol{r}_1\,(t) + \boldsymbol{V}t. \qquad (6)$$

Данные преобразования являются частным случаем рассмотренных ранее преобразований при переходе между двумя системами отсчёта, движущимися поступательно друг относительно друга (см. Лекцию 2). В (6) $\boldsymbol{V}$ – постоянная скорость второй системы относительно первой. При записи (6) предполагалось, что начало отсчета времени в обеих системах одинаковое и совпадает с моментом, когда начала координат обеих систем отсчета находятся в одной точке.

Заметим, что применительно ко второму закону Ньютона принцип относительности Галилея утверждает инвариантность сил и масс при переходе из одной ИСО в другую (инвариантность ускорений является следствием формулы сложений ускорений). Из инвариантности сил, в частности, следует, что силы взаимодействия двух частиц могут зависеть **только** от относительных кинематических характеристик этих двух частиц: радиус – вектора соединяющего эти частицы, их относительной скорости и (или) ускорения. Но они ни как не могут зависеть от радиусов – векторов или скоростей любой из двух взаимодействующих частиц по отдельности.

Движение относительно неинерциальных систем отсчета

В кинематике (Лекция 2) рассматривались связи между кинематическими характеристиками движения в двух системах отсчета, движущихся поступательно друг относительно друга. Выберем в качестве «неподвижной» какую-либо инерциальную систему отсчета. Тогда для неинерциальной системы отсчета, движущейся поступательно относительно этой инерциальной системы, по формуле сложения ускорений имеем:

$$\vec{a}_{абс} = \vec{a}_0 + \vec{a}_{отн}, \qquad (7)$$

где $\vec{a}_{абс}$ – ускорение тела относительно неподвижной (инерциальной) системы отсчета; $\vec{a}_0$ – ускорение движущейся (неинерциальной) системы отсчета относительно инерциальной; $\vec{a}_{отн}$ – ускорение частицы относительно неинерциальной системы отсчета.

Подставляя (7) в уравнение II закона Ньютона (4), получим:

$$m\vec{a}_{отн} = \vec{F} + (-m\,\vec{a}_0)\,. \qquad (8)$$

Это и есть уравнение движения частицы в неинерциальной системе отсчета, движущейся **поступательно** относительно ИСО.

На правую часть этого уравнения формально можно смотреть как на некоторую «силу», действующую на частицу в неинерциальной системе отсчета. Эта «сила» состоит из двух разных по своей природе составляющих.

Первая составляющая ($\vec{F}$) – «настоящая» сила в том смысле, что она является результатом взаимодействия тел. Т.е. мы получаем, что в нерелятивистской (ньютоновской) динамике «настоящая» сила инвариантна относительно перехода в любую, а не только инерциальную систему отсчета.

Совсем иной характер имеет составляющая $(-m\,\vec{a}_0)$. Она возникает не из-за взаимодействия тел, а из-за поступательного ускоренного движения системы отсчета. Она называется **поступательной силой инерции**. При переходе к другой неинерциальной системе отсчета сила инерции может меняться. Второе отличие состоит в том, что силы инерции не подчиняются III закону Ньютона, т.к. не являются результатом взаимодействия тел.

Кроме поступательной силы инерции существуют также силы инерции, связанные с вращением неинерциальной системы отсчета относительно инерциальной, а также сила Кориолиса. Последняя возникает только тогда, когда неинерциальная система отсчета вращается, а частица движется относительно этой системы. Подмывание реками в северном полушарии правого, а в южном – левого берега (если смотреть по направлению течения реки) обусловлено действием именно силы Кориолиса, возникающей в силу суточного вращения Земли.

Реальны или фиктивны силы инерции? Ответ на этот вопрос зависит от того какой смысл вкладывается в слова «реальный» и «фиктивный». Если придерживаться механики Ньютона, согласно которой все силы должны быть результатом взаимодействия тел, то на силы инерции надо смотреть как на фиктивные силы, исчезающие в инерциальных системах отсчета, а самое главное в принципе не нужные для объяснения каких-либо явлений.

Другое дело, что во многих случаях бывает проще рассматривать явления непосредственно в движущейся системе отсчета, не переходя к инерциальной. В этом смысле понятие силы инерции оказывается удобным и в механике Ньютона.

Пример. Когда пассажир стоит в движущемся автобусе, то на поворотах он испытывает действие так называемой центробежной силы инерции. Если во время поворота пассажир будет перемещаться в автобусе, то на него начнет действовать еще сила Кориолиса, которая всегда перпендикулярна относительной скорости. Вот почему удержаться в автобусе на поворотах обычно легче в неподвижном положении, чем при движении.