XXI КОЛМОГОРОВСКИЕ ЧТЕНИЯ

The 21st KOLMOGOROV READINGS

ADVANCED EDUCATION AND SCIENCE CENTER

Proceedings of
the 21st International Scientific Conference of students
Kolmogorov readings
May 3-6, 2021

MATHEMATICS

Moscow
2021

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР

(факультет) – школа-интернат имени А.Н. Колмогорова

Московского государственного университета

имени М.В. Ломоносова

Материалы
XXI Международной научной конференции школьников
«Колмогоровские чтения»
3-6 мая 2021

МАТЕМАТИКА

Москва

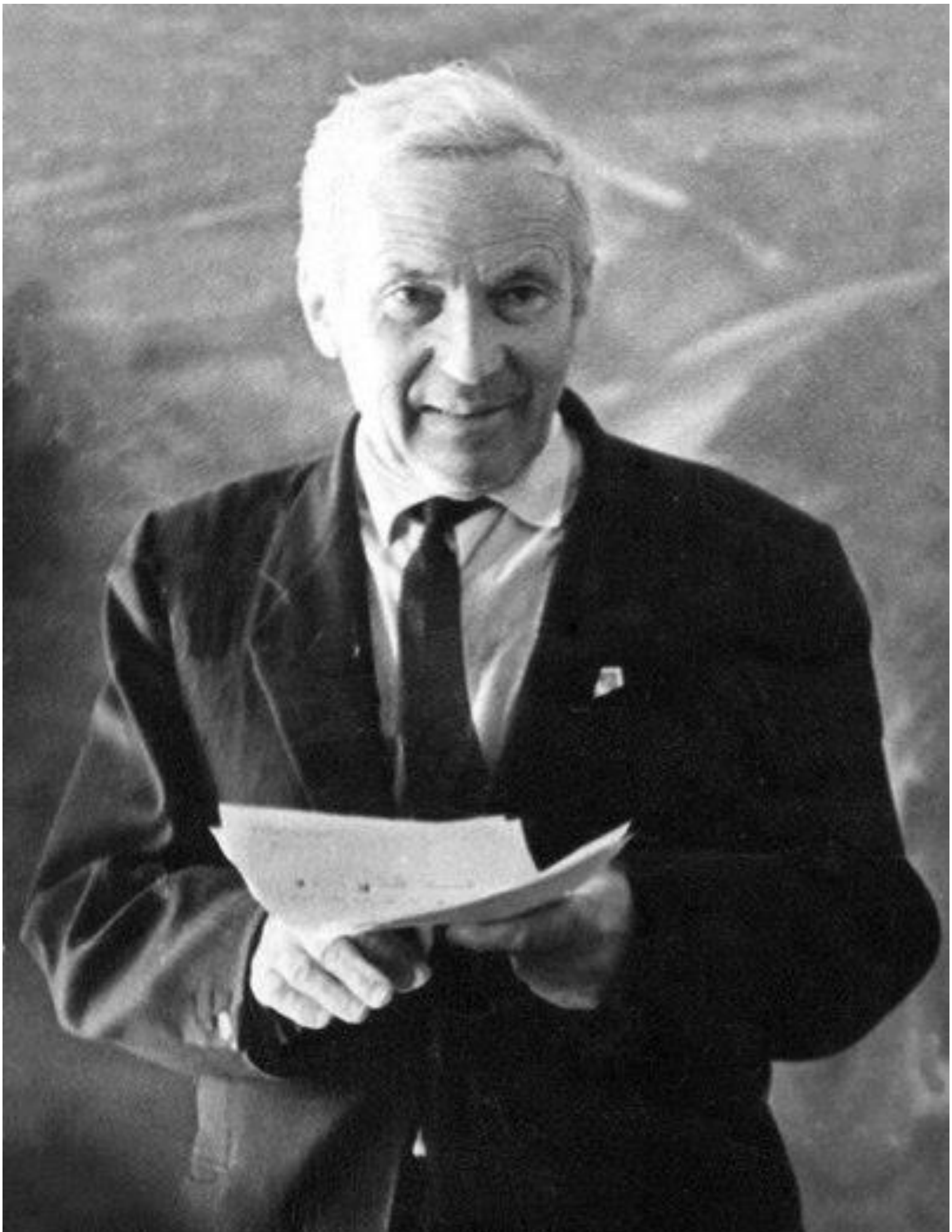
2021

Председатель организационного комитета
XXI Международной научной конференции школьников
«Колмогоровские чтения»:
К.В. Семенов

Редакционный совет сборника тезисов «Математика»:
И.Н. Сергеев (председатель), В.Н. Дубровский, Ю.В. Курышова

Материалы
XXI Международной научной конференции школьников
«Колмогоровские чтения»

В настоящий сборник вошли тезисы приглашённых докладчиков
XXI Международной научной конференции школьников
«Колмогоровские чтения» по секции
«Математика»



Как в спорте не сразу ставят рекорды, так и подготовка к настоящему научному творчеству требует тренировки.

А.Н. Колмогоров

Оглавление

О КРУГОВЫХ МНОГОЧЛЕНАХ И ТЕОРИИ ДЕЛИМОСТИ

Базилова Дарига Ильясовна
12 класс, Назарбаев Интеллектуальная Школа химико-биологического направления, г. Павлодар, Казахстан

Научный руководитель: Анна Владимировна Проскокова, учитель математики Назарбаев Интеллектуальной Школы химико-биологического направления г. Павлодара
Научный консультант: д.ф.м.н., профессор ПГПУ Д.И. Исмоилов

В работе описывается теория делимости *круговых многочленов*, а также формула для решения частных случаев, при их делении на одночлены, и её следствия. Данный проект может быть полезен и информативен для любого человека, заинтересованного в развитии своих математических способностей.

В различных конкурсах и олимпиадах часто встречаются задания на делимость (в том числе делимость многочленов на одночлен и делимость многочленов на число). В связи с этим я могу полагать, что данная работа достаточно актуальна, учитывая количество людей, желающих участвовать в соревнованиях. Зачастую задачи на кратность люди решают методом подбора, на основании различных теорем, но данные способы не всегда эффективны, так как существуют частные случаи, при которых использующиеся методы занимают большое количество времени и ресурсов. По ходу выполнения этой проектной работы я нашла практические применения изученной теории.

Допустим, есть *круговой многочлен*: $\boldsymbol{P_n(x) = x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x^2 + x + 1}$, где *n* – число слагаемых (при любом *x*). Исходя из этого, мы можем сказать, что $\boldsymbol{P_0(x) = 0}$; $\boldsymbol{P_1(x) = 1}$; $\boldsymbol{P_2(x) = x + 1}$; $\boldsymbol{P_3(x) = x^2 + x + 1}$; $\boldsymbol{P_4(x) = x^3 + x^2 + x + 1}$; $\boldsymbol{P_n(y^2) = y^{2(n-1)} + y^{2(n-2)} + \cdots + y^4 + y^2 + 1}$.
Теорема 1. $\boldsymbol{x^{2k+1} + 1 \vdots (x+1)}$ или $\boldsymbol{x^{2k+1} + P_1(x) \vdots P_2(x)}$.
Теорема 2. $\boldsymbol{x^{2k} - 1 \vdots (x^2 - 1)}$ или $\boldsymbol{x^{2k} - 1 = (x^2 - 1) * P_{k-1}(x^2)}$ или $\boldsymbol{x^{2k} - 1 \vdots P_2(x)}$.
Теорема 3. $\boldsymbol{P_n(x) = \frac{x^n - 1}{x - 1}}$.

I. Общая формула делимости многочленов и её применение.
Лемма 1. $\boldsymbol{x^{3k+2} + x + 1 \vdots (x^2 + x + 1)}$ или $\boldsymbol{x^{3k+2} + P_2(x) \vdots P_3(x)}$.
Лемма 2. $\boldsymbol{\left(x^{4k+3} + x^2 + x + 1\right) \vdots (x^3 + x^2 + x + 1)}$ или $\boldsymbol{\left(x^{4k+3} + P_3(x)\right) \vdots P_4(x)}$; при $\boldsymbol{k = 0; 1; 2} \ldots$
Вывод 1. Исходя из представленных выше, лемм мы можем вывести *общую формулу* для делимости многочленов: $\boldsymbol{x^{mk+(m-1)} + P_{m-1}(x) \vdots P_m(x)}$.
II. Формула делимости для частных случаев и её применение.

Теорема 4. $\boldsymbol{D_n(g) = g^n + (g-2)(g-1)n - 1 \vdots (g-1)^2}$.

Вывод 2. $\boldsymbol{D_n(g) \vdots (g-1)^2; D_n(g) \vdots (A_n(g) + n)}$.

Исходя из всего вышесказанного, я получила совершенно новую формулу для делимости многочленов, основываясь на теории делимости кругового многочлена, а так же формулу делимости многочлена на число для частных случаев:

1. $\boldsymbol{x^{mk+(m-1)} + P_{m-1}(x) \vdots P_m(x)}$.
2. $\boldsymbol{D_n(g) \vdots (g-1)^2; D_n(g) \vdots (A_n(g) + n)}$.

Выведенные утверждения могут быть широко использованы, например, при вычислении интегралов и производных. Смотря на проделанную работу, я считаю, что смогла выполнить поставленные перед собой цели. Перспективы дальнейшего развития проекта я вижу в углубленном и более детальном изучении своей темы, её расширении и развитии. Для себя, я подчеркнула множество новой информации, которая может помочь мне в обучении и открыть для меня большие перспективы саморазвития.

Список использованных источников

1. «Ошибки в математических рассуждениях». Брадис В.М., Минковский В.Л., Харчева А.К.. Москва: Государственное учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР, 1959. - 178 с.
2. «Многочлены деления круга». В. Сендеров, А. Спивак. http://kvant.mccme.ru/pdf/1998/01/kv0198senderov.pdf

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ БУТЫЛКИ КЛЕЙНА (ПЕРВЫЕ ШАГИ)

Верещагин Никита Борисович

9 класс МБОУ Мурманского международного лицея г. Мурманск, Россия

Научный руководитель: Борис Михайлович Верещагин, кандидат физико-математических наук, доцент, учитель математики МБОУ ММЛ

Работа относится к разделу геометрии «в целом», где изучается геометрия различных поверхностей, обладающих теми или иными свойствами. Для исследования мы выбрали бутылку Клейна, так как элементарная геометрия неориентируемых поверхностей пока никем не изучена. Из этого следует, что изучать геометрию бутылки Клейна *актуально*.

Целью данного исследования является изучение простейших свойств отрезков, прямых, треугольников и окружностей на бутылке Клейна.

В ходе работы мы использовали компьютерное моделирование в программе GeoGebra, а так же разработали аналитический метод исследования фигур на бутылке Клейна.

В книге [1, стр.27—31] нашли строгое определение бутылки Клейна, которое помогло нам задать фигуры на этой поверхности. Здесь мы нашли чисто геометрическое изложение материала, которое не требует никаких знаний, выходящих за пределы программы по математике средней школы.

Наша работа является продолжением исследования автора, которая приведена в докладах «Свойства фигур на листе Мёбиуса» (Москва, 2019г.) и «Перемещения на листе Мёбиуса» (Москва, 2020 г.) на «Шаге в будущее». Отсюда мы взяли структуру и методы исследования.

В результате исследования нами получены следующие *результаты*:

1. На бутылке Клейна 1) отрезки могут пересекать себя; 2) длина отрезка и расстояние между его концами не обязательно равны.
2. Прямые на бутылке Клейна могут быть 1) замкнутые; 2) бесконечной длины.
3. На бутылке Клейна не выполняется аксиома параллельности.
4. На бутылке Клейна существует больше одного треугольника с заданными вершинами и даже если одна его сторона фиксирована.
5. Окружности на бутылке Клейна представляют собой замкнутую линию, состоящую из одной или двух компонент. Возможна даже окружность не нулевого радиуса, состоящая из одной точки.
6. Выведены формулы склейки плоскости в фундаментальную область.
7. Приведён пример аналитического исследования фигур на бутылке Клейна.
8. Написана программа «Построение орбиты фигуры».

Список использованных источников

1. Никулин В.В., Шафаревич И.Р. Геометрии и группы. М.: Наука, 1983.-**239**с.
2. Верещагин Н.Б. Перемещения на листе Мёбиуса, Научные труды молодых исследователей программы «Шаг в будущее», Том 22, Сборник научных статей дипломантов II Региональной молодежной научной конференции и XVII Регионального соревнования юных исследователей «Будущее Севера. ЮНИОР» 11-16 ноября 2019, Мурманск 2019.- 18-21 с.

МАТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ ПЕННЕРА-КОНЦЕВИЧА В ПОЛИСИМВОЛИЧЕСКОМ РАСШИРЕНИИ И ПОЛИНОМИАЛЬНОЕ ВРЕМЯ

Гудков Евгений Леонидович

10 класс, Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №1, г. Новочеркасск, Россия

Научный руководитель: Елена Ивановна Пашковская, учитель математики МБОУ СОШ №1

Краткая постановка целей и задач: рассматривается замкнутая аддитивная антиунитарная система при сбое спин-орбитального взаимодействия и сбое сильной спиновой симметрии на группе симметрии $\boldsymbol{SU(2)}$ для тензор-тензорного взаимодействия аддитивного антиунитарного спинора Майораны и квазитрехмерного спинора Вейля.

Впервые в этой работе не предполагается эволюционного многочастичного надоператора для нерелятивисткой квантовой механики. Предлагается новый взгляд на пространственно-временной континуум или дискретуум. Каждой точке пространства присваивается полиномиальный коэффициент на причинном множестве. Решена проблема тёмной материи для конформногеометродинамических моделей при положительном «топологическом лоренцевском давлении». [3] Найдена новая закономерность чередования вещественных рядов для неполного базиса фермионной симметрии. Доказана теорема о принадлежности каждой дистальной системы к топологической марковской цепи. Модель Пеннера–Концевича для нормированного числа $s = 1\backslash 2$ расширена на полисимволический случай для диаддического счетчика. Потенциал Виттена–Концевича может быть псевдопотенциалом характеризующим общую энергию системы для всех инвариантов Васильева. Энергия, как эквивалент материи сохраняет векторную доминантность для нелинейной сигма модели в граничных условиях теоремы о положительности, относительно инволютных констант. Благодаря методам теории размерности времен возвращения Пуанкаре и симплектической геометрии [1] доказано, что все топологически асимптотически свободные законы природы можно описать при помощи трансляционно-инвариатных или контраинвариантых, конформно-инвариантных трансферных транзитивных надоператоров. Твистор, может быть, объектом, заменяющим материальную точку на топологии Гротендика и этальной топологии.

Итоги исследования:

1.Псевдоскалярный экранированный псевдоизовектор Ланшоца, является аддитивным изовектором пространства времени на дискретууме Буссо-Полчински являющийся тензором конторсии является псевдотензором инфляции при сжатии во времени возвращения Пуанкаре.

2.Время в модели Пеннера-Концевича фундаментально имеет полиномиальную природу для гамильтониана, полинома Эрмита в частности, в преобразовании Мивы и Мебиуса. [4]

3.Построен матричный вид инварианта энергии модели Пеннера-Концевича на обобщенной метастабильной структуре Каратеодори [2].

4. Надоператор с барионным числом для потенциала Виттена-Концевича на цилиндрическом множестве со свойством спецификации локализуется точечно. [4]

Список использованных источников

[1] Трейнор Л. Элиашберг Я.,М., Лекции по симплектической геометрии и топологии //2008, 424, стр. с.18-23.

[2] Афраймович В., Угальде Э., Уриас Х. Фрактальные размерности для времен возвращения Пуанкаре //2011, 292, с. 58-63.

[3] Горбатенко М.В., Конформная геометродинамика//2012, 170 , с 30.

[4] Зарембо К. Л., Чехов Л. О. Многоразрезные решения матричной модели Пеннера–Концевича //ТМФ, 1992, том 93, № 2, с. 354–368.

О ДВУХ УТОЧНЕНИЯХ НЕРАВЕНСТВА ЭРМИТА-АДАМАРА ДЛЯ MN-ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ

Калинчук Валерия Валерьевна

10 класс; ГУО «Средняя школа №8», г. Кобрин, Республика Беларусь

Научный руководитель: Сергей Михайлович Горский, преподаватель АНО ДПО «Научно-исследовательский и образовательный центр «ДжетБрейнс»

Цель работы: обобщить выбранные уточнения неравенства Эрмита-Адамара для $\mathrm{K}\lambda$, $\varphi\mathrm{K}\lambda$, ψ-выпуклых функций.

Задачи:

1.Изучить различные источники информации по данной теме.

2.Выбрать и обобщить уточнения неравенства Эрмита-Адамара для $K\lambda, \varphi K\lambda, \psi$-выпуклых функций.

Данная работа отличается новаторством в исследуемой тематике, так как MN-выпуклые функции все ещё остаются малоизученными.

Практическая значимость. Во многих разделах математики актуальна оценка интеграла. Чем больше способов оценки и чем они точнее — тем лучше. Для оценки интеграла от выпуклой функции существует неравенство Эрмита-Адамара, его обобщения и уточнения. В работе неравенства уточнены еще больше.

Описание работы:

- приведена теория, являющаяся основой работы,
- представлены примеры использования неравенств, геометрическая интерпретация;
- представлены доказанные автором теоремы и процесс их доказательства,
- приведены значения функций и пределов интегрирования для некоторых неравенств, при которых они становятся равенствами.

Итоги исследования. В процессе исследования были получены следующие результаты:

1. **1.** Значения функций и пределов интегрирования для неравенства Пачпатти и его уточнения, при которых они становятся равенствами;
2. **2.** Обобщение неравенств Драгомира, Эль-Фарисси и Пачпатти для $K\lambda, \varphi K\lambda, \psi$-выпуклых функций.

Список использованных источников

1. Niculescu, C.P., Convexity according to means/ C.P. Niculescu// J. Math. Ineq. Appl.— 2003.—Vol.6, No.4 — P.571-579.
2. *Горский С.М.,* $\mathfrak{H}_p\mathfrak{H}_q$-выпуклые функции и обобщение неравенств Гёльдера, Минков- ского и Мюрхеда/ С.М. Горский, В.И. Мурашко // Проблемы физики, математики и техники. — 2020.— №3(44). С. 61-66.
3. *Мурашко, В.И.,* $\mathfrak{K}_\varphi\mathfrak{K}_\psi$-выпуклые функции и обобщение классических неравенств/ В.И. Мурашко, С.М. Горский, Я.И. Сандрыгайло// Проблемы физики, математики и техники. — 2018.— №4(37). С. 98-102.
4. Dragomir, S.S., Two mappings in connection to Hadamard’s inequalities/ S.S. Dragomir// J. Math. Anal. Appl. 167 (1), 49-56 (1992).
5. El Farissi, A., Simple proof and refinement of Hermite-Hadamard inequality/ A. El Farissi// J. Math. Inequal. 4 (3), 365-369 (2010).
6. Pachpatte, B.G., On some inequalities for convex functions/ B.G. Pachpatte// RGMIA Res. Rep. Coll., 6 (E), 2003.
7. Chen, F., A note on Hermite-Hadamard inequalities for product of convex functions/ F. Chen// J. Appl. Math. Vol. 2013, Article ID 935020, http://dx.doi.org/10.1155/2013/935020

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ NP-ПОЛНЫХ ЗАДАЧ В ТЕОРИИ ГРАФОВ

Калистратов Даниил Евгеньевич

8 класс, МАОУ СОШ «Школа № 187 с углубленным изучением отдельных предметов», г. Нижний Новгород, Россия

Научные руководители: Г.П. Коган; Т.Ю. Парфенова, учитель по математике МАОУ СОШ «Школа № 187 с углубленным изучением отдельных предметов»

В настоящей работе рассматриваются актуальные на данный момент задачи, связанные с теорией графов, которые учёные не могут решить с помощью известного алгоритма. Предлагаются варианты использования таких задач в практической деятельности. Приводятся аргументы востребованности NP-полных задач на графы и примеры решения частных случаев этих задач.

Целью исследовательской работы стало проведение анализа решений NP-полных задач на графы и поиск их применения в практической деятельности. Для достижения поставленной цели были сформулированы *следующие задачи:* 1) дать определение понятия NP-полных задач, а также познакомиться с другими понятиями, используемыми в теории вычислительной сложности; 2) рассмотреть NP-полные задачи на графы; 3) найти примеры их применения в практической деятельности.

Методология. Выполнен анализ научных источников по теме NP-полных задач на графы, методом синтеза сформулированы выводы, также использовались дедукционный, индукционный и классификационный методы.

Научная новизна: систематизированы различные типы NP-полных графовых задач, рассмотрено их практическое применение, сформулированы выводы о востребованности NP-полных задач на графы и актуальности проблемы их решения.

Многие NP-полные задачи связаны с теорией графов. Самой простой из них считается задача о существовании гамильтонова цикла в графе. Задачи такого типа появились достаточно давно (в XVIII–XIX веке), например, задача о торговце [1, 3, 4, 5]. В настоящее время с помощью поиска гамильтонова цикла в графе, который схематично изображает туристический путь следования, можно рассчитать маршрут экскурсии, пролегающий по главным достопримечательностям города, с условием, чтобы у каждой достопримечательности путешественник смог побывать ровно один раз и не более.

Еще одной весьма известной NP-полной графовой задачей является поиск количества вершин в графе, никакие две из которых напрямую не соединены ребром, эту задачу еще называют поиском независимого множества [3, 6]. Предположим, у нас есть некоторый набор данных и их следует распределить на сайты. В целях экономии времени веб-дизайнера количество сайтов должно быть наименьшим, но из-за ограничений по возрасту посетителей не всю информацию можно разместить на одном сайте. Построим граф, в котором вершинами будут являться разные данные, рёбрами соединим те данные, которые на одном сайте находиться не могут. То есть для классификации данных следует найти независимые множества графа.

Другим ярким примером NP-полной задачи на графы служит раскраска вершин графа в определенное число цветов, причем таким образом, чтобы никакие две одноцветные вершины не соединялись ребром. Также с этой задачей связана одна NP-трудная задача – это вопрос о минимальном количестве цветов раскраски вершин графа с аналогичным условием [2, 6].

Более общей (универсальной) NP-полной задачей на графы выступает поиск изоморфного подграфа [2]. Пусть у нас есть два графа, назовем их G и H. Необходимо определить, есть ли у графа G подграф, изоморфный графу H, или, наоборот, в графе H – подграф, изоморфный графу G. Такая задача часто применяется для решения более сложных задач. Например, предположим, что нам нужно найти хроматический индекс графа G, если мы знаем хроматический индекс графа H и нам известно, что в графе G есть подграф, изоморфный графу H. Таким образом мы способны приблизиться к нахождению хроматического индекса графа G и можем сказать, что хроматический индекс графа G не меньше хроматического индекса графа H.

Выводы:

1. NP-полные задачи активно используются в практической деятельности и поэтому поиск их полиномиального решения является в настоящее время одной из актуальных задач математической науки. Имея возможность составления алгоритма, все научные вычислительные исследования могли бы производиться компьютерами. При этом следует учитывать, что сами классы P и NP очень приближенно описывают вычислительную сложность алгоритмов. Гораздо более точной моделью является понятие алгоритмов с наименьшим числом элементарных операций, решающих некоторую переборную задачу. Однако такая модель на данном этапе не может использовать свойство сводимости задач внутри одного класса сложности, как в теории NP-полноты.

2. Считаем, что практически любая NP-полная задача на графы в случае решения найдет свое прямое практическое применение.

3. Решение NP-полной графовой задачи представляет собой некоторый универсальный алгоритм, и ответ на задачу, которую возможно решить указанным алгоритмом, будет востребован во многих сферах деятельности.

В дальнейшем мы намерены перейти к поиску алгоритма для решения полиномиально разрешимых задач, чтобы можно было его использовать в области роботизированных (автоматизированных) механизмов.

Список использованных источников

1. Гуровиц В.М., Ховрина В.В. Графы. – М.: МЦНМО, 2008. – 32 с.

2. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Изд-во «Мир», 1982. – 416 с.
3. Ловас Л., Пламмер М. Прикладные задачи теории графов. Теория паросочетаний в математике, физике, химии / перевод с англ. – М.: Мир, 1998. – 653 с., ил.
4. Мельников О.И. Занимательные задачи по теории графов. – Минск, 2001. – 144 с.
5. Мельников О.И. Незнайка в стране графов: пособие для учащихся. – М., 2007. – 160 с.
6. Оре О. Графы и их применение. – М.: Изд-во «Мир», 1965. – 336 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВИСЯЧИХ МОСТОВ

Козаев Сармат Вадикович, Сланов Алан Витальевич
9 класс, 8 класс, Автономная некоммерческая организация дополнительного образования «Владикавказский Центр непрерывного математического образования», Владикавказ, Россия

Научный руководитель: Вера Сергеевна Абатурова, Южный математический институт Владикавказского научного центра РАН, старший научный сотрудник, к.пед.н.

В работе представлен процесс поиска и построения математической модели висячего моста. На основе изучения материалов по теме исследования, имеющихся в сети Интернет, в том числе лекции к.ф.-м.н. В.Н.Дубровского [1] была показано, что математической моделью висячего моста является квадратичная функция, т.е. кривая кабеля висячего моста совпадает с параболой. Для построения модели висячего моста использовалась компьютерная программа «1С:Математический конструктор» [2].

Под *висячим мостом* в нашем исследовании мы понимаем мост, в котором основная несущая конструкция выполнена из гибких элементов (кабелей, канатов и др.), работающих на растяжение, и к которым прикреплены тросы, а

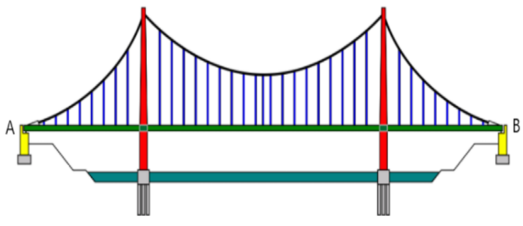


Рис. 1

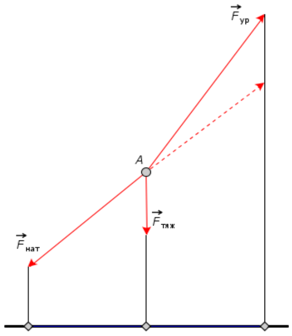


Рис 2.

проезжая часть (полотно моста) подвешена. При этом тросы находятся на равных расстояниях друг от друга, а весом троса можно пренебречь (рис. 1).

Напряжения в висячем мосте — это напряжения растяжения в тросах и сжатия в опорах, напряжения в самом полотне моста малы.

На точку А (произвольную узловую точку крепления кабеля и троса) действуют три силы – $F_{\text{тяж}}$ (сила тяжести) и две силы натяжения – $F_{\text{нат}}$ (нижняя) и $F_{\text{ур}}$ (верхняя). Сумма сил, действующих на точку А, должна равняться нулю, иначе в этой точке произойдет разрыв троса или кабеля (рис 2.).

$$F_{\text{тяж}} + F_{\text{нат}} + F_{\text{ур}} = 0 \quad (1)$$

Силы тяжести, действующие на каждую узловую точку троса равны, так как они удерживают одинаковые части полотна моста. Таким образом, условием равновесия висячего моста является соотношение (1).

Модель произвольного висячего моста была построена нами в компьютерной программе «1С:Математический конструктор», которая позволила наглядно показать как поточечно в узловых точках сетки из прямоугольников с длиной, равной силе натяжения ($F_{\text{нат}}$), и шириной, равной силе тяжести ($F_{\text{тяж}}$) с использованием условия (1) «вырастает» линия кабеля висячего моста — парабола (рис 3.)

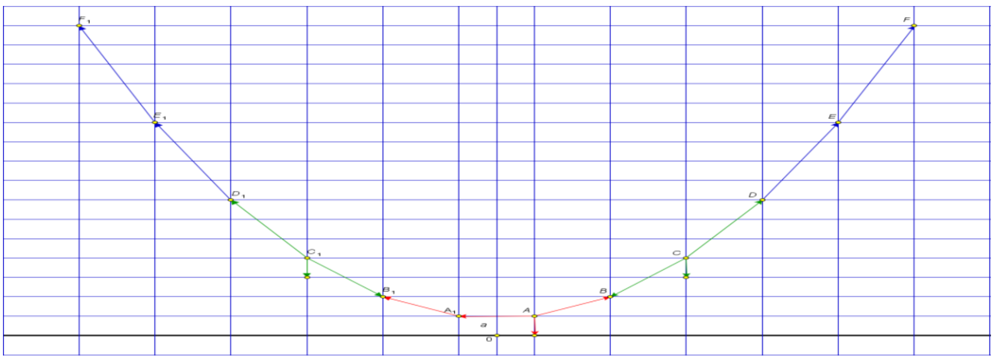


Рис 3.

На основе того, что приращения ординат всех узловых точек являются членами арифметической прогрессии (a_n), где n — число узлов, $a_1 = F_{\text{нат}}$, $d = F_{\text{тяж}}, a_n = a_1 + d(n-1)$, а S_n — ордината каждой узловой точки было показано, что

$$S_{\text{n}} = \frac{d}{2}n^2 + \frac{2a_1 - d}{2}\,n$$

квадратичная функция, показывающая связь между ординатой узловой точки от числа узлов.

Список использованных источников

1. Дубровский В.Н. «Висячие мосты, арифметическая прогрессия и парабола» [Электронный ресурс]. URL: https://www.youtube.com/watch?v=Rub4gOsndKk
2. Компьютерная программа: «1С Математический конструктор» [Электронный ресурс]. URL: https://obr.1c.ru/mathkit/

ИГРА «DIFFY BOXES», КУРНОСЫЙ КУБ И КОНСТАНТА ТРИБОНАЧЧИ

Мордосевич Андрей Вениаминович

11 класс, СУНЦ МГУ, Москва, Россия

Научный руководитель: Владимир Натанович Дубровский, доцент кафедры математики СУНЦ МГУ

Без публикации тезисов

АВТОБИОГРАФИЧЕСКИЕ ЧИСЛА

Фазуллин Алсын Зиганурович
8 класс, МБОУ «Гимназия № 3», г. Уфа, Россия

Научный руководитель: Наталья Фаирбаховна Абузярова, старший научный сотрудник НИС НИУ, доцент, кандидат физ.-мат. наук, Башкирский государственный университет

Натуральное число называем *автобиографическим*, если каждая цифра в его записи, кроме последней (разряда единиц), показывает, сколько раз в записи этого числа встречается идущая следом цифра.

Например, числа 1217, 333 – автобиографические.

Цель работы – найти полное описание автобиографических чисел.

Нетрудно видеть, что все однозначные числа: 1, 2, …, 9 – автобиографические. Среди двузначных автобиографическими будут числа 22, 10, 12, 13, 14, 15, 16,17,18, 19.

Мы изучили связь между соседними цифрами автобиографического числа в общем виде и установили такие факты:

1) кроме перечисленных выше, автобиографическими являются числа: 333, 4444, 55555, 666666, 7777777, 88888888, 999999999, 121, 1210, 1213, 1214, 1215, 1216, 1217, 1218, 1219, 23232, 3434343, 454545454, 56565656565, 6767676767676, 787878787878787, 89898989898989898;
2) других автобиографических чисел нет.

ПРИМЕНЕНИЕ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Черевичная Наталья Владимировна
10 класс, муниципальное общеобразовательное учреждение «Лицей № 5 имени Ю.А.Гагарина» г. Волгоград, Россия

Научные руководители: Андрей Васильевич Зенович, Волгоградский государственный университет, доцент
Наталья Юрьевна Должикова, МОУ «Лицей № 5 имени Ю.А.Гагарина», учитель математики высшей квалификационной категории

Основные достижения в науке и технике в настоящее время, как показывает развитие человечества, возможны только на стыке вроде бы не связанных между собой наук. Такой дисциплиной стало направление «*Эволюционное* *моделирование*» и основная ее часть «*Генетические алгоритмы*». Актуальность использования метода генетических алгоритмов подтверждается простотой адаптации последнего в прикладной среде программирования и информационного преобразования электронных данных, а также широтой направлений текущего применения метода в том числе: Оптимизация функций, Разнообразные задачи на графах, Задачи компоновки, Игровые стратегии, Теория приближений, Искусственная жизнь, Биоинформатика [1].

Генетические алгоритмы — это поисковые алгоритмы, основанные на механизмах натуральной селекции и генетики. Они реализуют «выживание сильнейших» среди рассмотренных структур, формируя и изменяя поисковый алгоритм на основе моделирования эволюции поиска. Область применения генетических алгоритмов в математике достаточно широка. Во многих задачах оптимизации, особенно с нечеткими условиями, можно придумать поколение особей, гены которых являются параметрами нашей задачи, задать функцию приспособленности, которая принимает большие значения на решениях нашей задачи, и осуществить *эволюционный процесс*. При этом есть большие шансы надеяться, что в результате искусственного отбора мы придем к решению.

Автором работы были изучены генетические алгоритмы для решения различных классов оптимизационных задач и написана программа на языке Паскаль, реализующая алгоритм решения следующей задачи:

Решить в натуральных числах уравнение $xa + yb + zc + rd = e$ *с четырьмя неизвестными* x, y, z, r.

В принципе можно легко заменить тестовое линейное уравнение на гораздо более сложное, при этом в программе придется изменять только алгоритм начального формирования популяции и функцию приспособленности.

Проведен ряд вычислительных экспериментов с целью подбора оптимальных параметров алгоритма. В дальнейшем планируется реализация модификаций алгоритма для *задачи коммивояжера*, задачи поиска *локальных минимумов функции*, а также некоторых других задач.

Список использованных источников

[1]. Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. Обзор и состояние. // Новости искусственного интеллекта, №3, 2008.

НЕЕВКЛИДОВА ГЕОМЕТРИЯ В КАРТИНАХ МОРИСА ЭШЕРА

Щелочева Екатерина Ильинична

8 класс, Академическая гимназия имени Д.К. Фаддеева, г. Санкт-Петербург, Россия

Научный руководитель: Лилия Александровна Добрун, АГ СПбГУ, учитель математики и физики

Цель моей работы — установить связь художественных образов в работах Мориса Эшера с проекцией на плоскость пространства, подчинённого законам неевклидовой геометрии. Для выполнения цели я поставила следующие задачи:

1) познакомиться с теорией пространства Римана и Лобачевского;
2) установить, как изменяется форма базовых фигур (например: прямая, треугольник, четырехугольник и т.д.) при переходе из неевклидовой геометрии в привычную для нас евклидовую;
3) найти образы фигур неевклидовой геометрии в картинах Мориса Эшера.

В ходе исследования я сначала познакомилась с теорией пространства Лобачевского. Изучила некоторые теоремы этой геометрии. Рассмотрела данную геометрию на модели Пуанкаре. Применение Морисом Эшером геометрии Лобачевского я нашла в серии работ «Предел-круг», а именно в картине «Предел-круг III».

Так же я изучила теорию пространства Римана. Рассмотрела модель геометрии Римана на поверхности шара. Изучила некоторые теоремы этой геометрии. Применение Морисом Эшером геометрии Римана я рассмотрела на картине «Автопортрет в сферическом шаре».

Проведенное исследование показало, что картины Мориса Эшера интересны не только с точки зрения искусства, но и математики, если обратится к пространству, подчиненного законам неевклидовой геометрии. Также на его картинах присутствуют и другие элементы, которые можно описать с точки зрения математики, например: паркеты, мозаики, многогранники, а также перспектива с несколькими точками схождения. В этом направлении я хочу продолжить работу над проектом.

Список использованных источников

1. Попов, К. А. Симметрия в работах Эшера и методы создания орнаментов / К. А. Попов // Инновации в современном музыкально-художественном образовании : материалы II Международной научно-практической конференции, г. Екатеринбург, 28-30 октября 2008 г. / Рос.

гос. проф.-пед. ун-т, Ин-т худож. образования Рос. акад. образования. - Екатеринбург, 2008. - С. 96-101.
2. Бруно Эрнст. ВОЛШЕБНОЕ ЗЕРКАЛО М. К. ЭШЕРА.
3. Что представляет собой геометрия Лобачевского простыми словами https://zen.yandex.ru/media/maths/chto-predstavliaet-soboi-geometriia-lobachevskogo-prostymi-slovami-5d28c6e9a1b4f100ad4a
4. https://im-possible.info/russian/articles/escher/escher.html