XXI КОЛМОГОРОВСКИЕ ЧТЕНИЯ

The 21st KOLMOGOROV READINGS

ADVANCED EDUCATION AND SCIENCE CENTER

PROCEEDINGS

of the 21st International Scientific Conference of students

Kolmogorov readings

May 3-6, 2021

MATHEMATICS

Moscow

2021

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
(факультет) — школа-интернат имени А.Н. Колмогорова
Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова

МАТЕРИАЛЫ
XXI Международной научной конференции школьников
«Колмогоровские чтения»
3-6 мая 2021

МАТЕМАТИКА

Москва
2021

Председатель организационного комитета

XXI Международной научной конференции школьников

«Колмогоровские чтения»:

К.В. Семенов

МАТЕРИАЛЫ
XXI Международной научной конференции школьников
«Колмогоровские чтения»

В настоящий сборник вошли тезисы приглашённых докладчиков

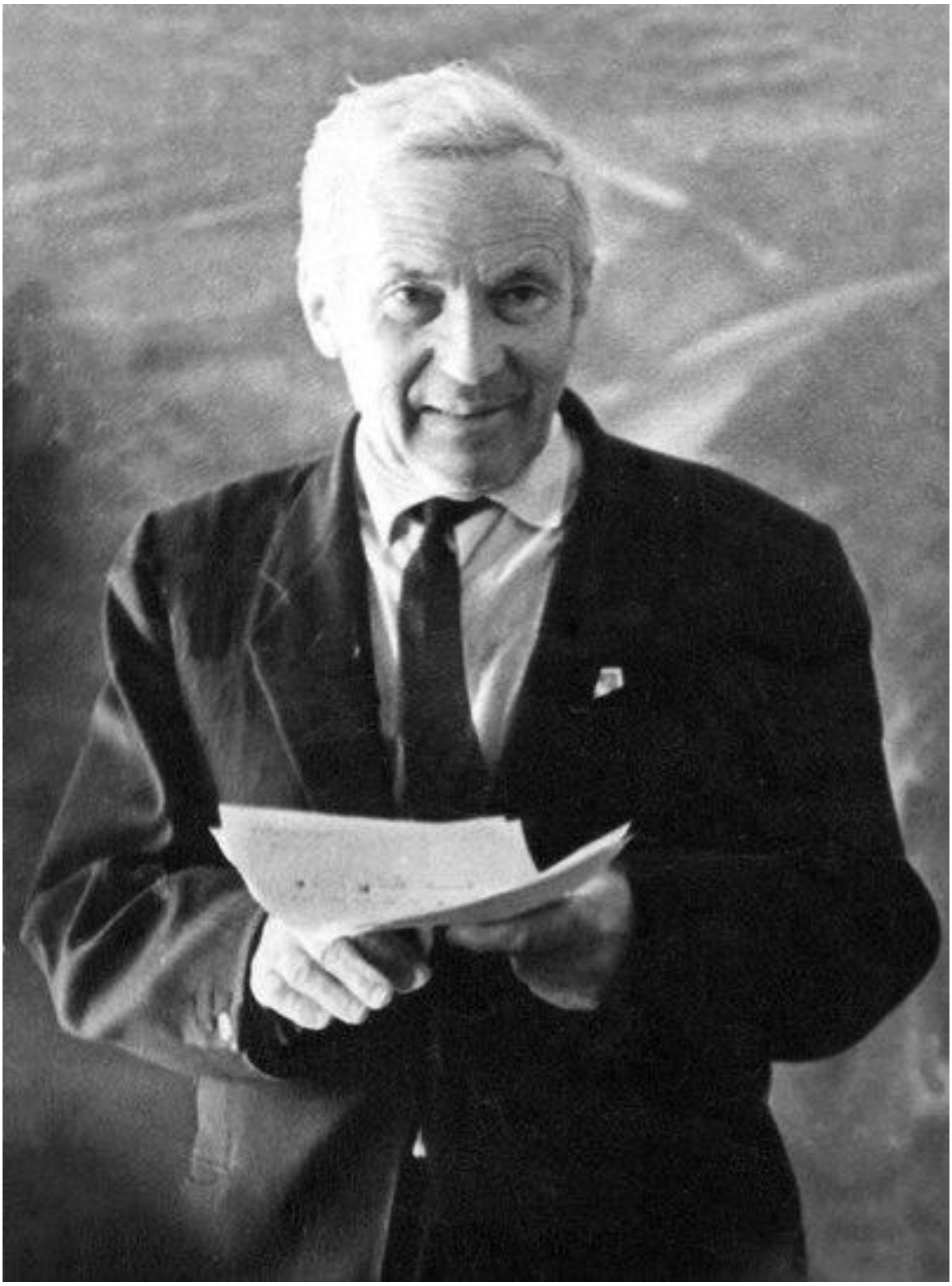
XXI Международной научной конференции школьников

«Колмогоровские чтения» по секции

«Математика»

ISBN 978-5-87140-444-7 (секция «Математика»)

ISBN 978-5-87140-443-0



Как в спорте не сразу ставят рекорды, так и подготовка к настоящему научному творчеству требует тренировки.

А.Н. Колмогоров

Оглавление

О КРУГОВЫХ МНОГОЧЛЕНАХ И ТЕОРИИ ДЕЛИМОСТИ

Базилова Дарига Ильясовна

12 класс, Назарбаев Интеллектуальная Школа химико-биологического направления, г. Павлодар, Казахстан

Научный руководитель: Анна Владимировна, учитель математики Назарбаев Интеллектуальной Школы химико-биологического направления г. Павлодара

Научный консультант: д. ф.-м. н., профессор ПГПУ Д.И. Исмоилов

В работе изучается делимость так называемых круговых многочленов, а также формула для деления их частных случаев и её следствия. Данный проект может быть полезен и информативен для любого человека, заинтересованного в развитии своих математических способностей.

В различных конкурсах и олимпиадах часто встречаются задания на делимость (в том числе делимость многочленов на одночлен и делимость многочленов на число). В связи с этим я могу полагать, что данная работа достаточно актуальна, учитывая количество людей, желающих участвовать в соревнованиях. Зачастую задачи на делимость решаются методом подбора, на основании различных теорем, но данные способы не всегда эффективны, так как существуют частные случаи, при которых использующиеся методы занимают большое количество времени и ресурсов. По ходу выполнения этой проектной работы найдены практические применения изученной теории.

Рассмотрим круговой многочлен:

$$P_n(x) = x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x^2 + x + 1,$$

где n — число слагаемых. В частности, мы можем сказать, что

$$P_0(x) = 0, \qquad P_1(x) = 1, \qquad P_2(x) = x + 1, \qquad P_3(x) = x^2 + x + 1,$$

$$P_4(x) = x^3 + x^2 + x + 1, \qquad P_n(x^2) = x^{2(n-1)} + x^{2(n-2)} + \cdots + x^2 + 1.$$

Теорема 1. $x^{2k+1} + 1 \vdots (x + 1)$ *и* $x^{2k+1} + P_1(x) \vdots P_2(x)$.

Теорема 2. $x^{2k} - 1 \vdots (x^2 - 1)$, $x^{2k} - 1 = (x^2 - 1)P_{k-1}(x^2)$ *и* $x^{2k} - 1 \vdots P_2(x)$.

Теорема 3. $P_{\,n}(x) = \frac{x^n - 1}{x - 1}$.

I. Общая формула делимости многочленов.

Лемма 1. $x^{3k+2} + x + 1 \vdots (x^2 + x + 1)$ *и* $x^{3k+2} + P_2(x) \vdots P_3(x)$.

Лемма 2. $(x^{4k+3} + x^2 + x + 1) \vdots (x^3 + x^2 + x + 1)$ *и* $\left(x^{4k+3} + P_3(x)\right) \vdots P_4(x)$ при $k = 0,1,2 \ldots$.

Исходя из представленных выше, лемм можно предположить, что верна общая формула делимости многочленов $x^{mk+(m-1)} + P_{m-1}(x) \vdots P_m(x)$.

II. Формула делимости для частных случаев.

Теорема 4. $x^n + (x-2)(x-1)n - 1 \vdots (x-1)^2$.

Выведенные утверждения могут быть широко использованы, например, при вычислении интегралов и производных.

Список использованных источников

1. Брадис В.М., Минковский В.Л., Харчева А.К. Ошибки в математических рассуждениях. М.: Гос. уч.-пед. изд-во мин. просвещения. РСФСР, 1959.
2. Сендеров В., Спивак А. Многочлены деления круга. http://kvant.mccme.ru/pdf/1998/01/kv0198senderov.pdf

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ БУТЫЛКИ КЛЕЙНА (ПЕРВЫЕ ШАГИ)

Верещагин Никита Борисович
9 класс, МБОУ Мурманского международного лицея, г. Мурманск, Россия

Научный руководитель: Верещагин Борис Михайлович, к. ф.-м. н., доцент, учитель математики МБОУ ММЛ

Работа относится к разделу геометрии «в целом», где изучается геометрия различных поверхностей, обладающих теми или иными свойствами. Для исследования выбрана бутылка Клейна, так как элементарная геометрия неориентируемых поверхностей мало изучена. Целью данного исследования является изучение простейших свойств отрезков, прямых, треугольников и окружностей на бутылке Клейна.

В ходе работы использовано компьютерное моделирование в программе GeoGebra, а также разработан аналитический метод исследования фигур на бутылке Клейна.

В книге [1, с. 27–31] даётся строгое определение бутылки Клейна, которое помогает задать фигуры на этой поверхности. Здесь есть чисто геометрическое изложение материала, которое не требует никаких знаний, выходящих за пределы программы по математике средней школы.

Работа является продолжением исследования её автора, описанного в докладах «Свойства фигур на листе Мёбиуса» (Москва, 2019 г.) и «Перемещения на листе Мёбиуса» (Москва, 2020 г.) на «Шаге в будущее». Отсюда взяты структура и методы исследования.

В результате исследования получены следующие *результаты*:

1. На бутылке Клейна отрезки могут пересекать себя, а длина отрезка и расстояние между его концами не обязательно равны.
2. Прямые на бутылке Клейна могут быть замкнуты и бесконечной длины.
3. На бутылке Клейна не выполняется аксиома параллельности.
4. На бутылке Клейна существует больше одного треугольника с заданными вершинами и даже, если одна его сторона фиксирована.
5. Окружность на бутылке Клейна представляет собой замкнутую линию, состоящую из одной или двух компонент. Возможна даже окружность ненулевого радиуса, состоящая из одной точки.
6. Выведены формулы склейки плоскости в фундаментальную область.
7. Приведён пример аналитического исследования фигур на бутылке Клейна.
8. Написана программа «Построение орбиты фигуры».

Список использованных источников

1. Никулин В.В., Шафаревич И.Р. Геометрии и группы // М.: Наука, 1983.
2. Верещагин Н.Б. Перемещения на листе Мёбиуса // Научные труды молодых исследователей программы «Шаг в будущее». 22. Сборник научных статей дипломантов II Региональной молодежной научной конф. и XVII Регионального соревнования юных исследователей «Будущее Севера. ЮНИОР» 11–16 ноября 2019 г. Мурманск, 2019. 18–21.

МАТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ ПЕННЕРА–КОНЦЕВИЧА В ПОЛИСИМВОЛИЧЕСКОМ РАСШИРЕНИИ И ПОЛИНОМИАЛЬНОЕ ВРЕМЯ

Гудков Евгений Леонидович

10 класс, Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №1, г. Новочеркасск, Россия

Научный руководитель: Пашковская Елена Ивановна, учитель математики МБОУ СОШ №1

Тезисы сняты с публикации по итогам обсуждения доклада на секции

Список использованных источников

1. Трейнор Л. Элиашберг Я.,М. Лекции по симплектической геометрии и топологии // 2008. 424. 18–23.

2. Афраймович В., Угальде Э., Уриас Х. Фрактальные размерности для времен возвращения Пуанкаре // 2011. 292. 58–63.
3. Горбатенко М.В. Конформная геометродинамика // 2012. 170. 30.
4. Зарембо К.Л., Чехов Л.О. Многоразрезные решения матричной модели Пеннера–Концевича // ТМФ. 1992. 2 (93). 354–368.

О ДВУХ УТОЧНЕНИЯХ НЕРАВЕНСТВА ЭРМИТА–АДАМАРА ДЛЯ MN-ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ

Калинчук Валерия Валерьевна
10 класс, ГУО «Средняя школа №8», г. Кобрин, Республика Беларусь

Научный руководитель: Горский Сергей Михайлович, преподаватель АНО ДПО «Научно-исследовательский и образовательный центр «ДжетБрейнс»

Цель работы: обобщить выбранные уточнения неравенства Эрмита–Адамара для $K\lambda$, $\varphi K\lambda$, ψ-выпуклых функций.

Задачи:

1. Изучить различные источники информации по данной теме.
2. Выбрать и обобщить уточнения неравенства Эрмита–Адамара для $K\lambda$, $\varphi K\lambda$, ψ-выпуклых функций.

Практическая значимость. Во многих разделах математики актуальна оценка интеграла. Чем больше способов оценки и чем они точнее, тем лучше. Для оценки интеграла от выпуклой функции существует неравенство Эрмита–Адамара, его обобщения и уточнения. В работе неравенства уточнены еще больше.

Описание работы:

- приведена теория, являющаяся основой работы,
- представлены примеры использования неравенств, геометрическая интерпретация,
- представлены доказанные автором теоремы и процесс их доказательства,
- приведены значения функций и пределов интегрирования для некоторых неравенств, при которых они становятся равенствами.

Итоги исследования. Получены следующие результаты:

1. Значения функций и пределов интегрирования для неравенства Пачпатти и его уточнения, при которых они становятся равенствами.
2. Обобщение неравенств Драгомира, Эль-Фарисси и Пачпатти для $\mathbf{K\lambda}$, $\boldsymbol{\varphi}\mathbf{K\lambda}$, $\boldsymbol{\psi}$-выпуклых функций.

Список использованных источников

1. Niculescu C.P. Convexity according to means // J. Math. Ineq. Appl. 2003. 4(6). 571–579.
2. Горский С.М., Мурашко В.И. $\mathfrak{H}_p\mathfrak{H}_q$-выпуклые функции и обобщение неравенств Гёльдера, Минковского и Мюрхеда // Проблемы физики, математики и техники. 2020. 3(44). 61–66.
3. Мурашко В.И., Горский С.М., Сандрыгайло Я.И. $\mathfrak{K}_\varphi\mathfrak{K}_\psi$-выпуклые функции и обобщение классических неравенств // Проблемы физики, математики и техники. 2018. 4(37). 98–102.
4. Dragomir S.S. Two mappings in connection to Hadamard's inequalities // J. Math. Anal. Appl. 1992. 167 (1). 49–56.
5. El Farissi A. Simple proof and refinement of Hermite–Hadamard inequality // J. Math. Inequal. 2010. 4 (3). 365–369.
6. Pachpatte B.G. On some inequalities for convex functions // RGMIA Res. Rep. Coll. 2003. 6 (E).
7. Chen F. A note on Hermite–Hadamard inequalities for product of convex functions // J. Appl. Math. 2013. ID 935020, http://dx.doi.org/10.1155/2013/935020

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ NP-ПОЛНЫХ ЗАДАЧ В ТЕОРИИ ГРАФОВ

Калистратов Даниил Евгеньевич

8 класс, МАОУ СОШ «Школа № 187 с углубленным изучением отдельных предметов», г. Нижний Новгород, Россия

Научные руководители: Г.П. Коган; Т.Ю. Парфенова, учитель по математике МАОУ СОШ «Школа № 187 с углубленным изучением отдельных предметов»

В работе рассматриваются актуальные на данный момент задачи, связанные с теорией графов, которые пока не решены с помощью известных алгоритмов. Предлагаются варианты использования таких задач в практической деятельности. Приводятся аргументы востребованности NP-полных задач на графы и примеры решения частных случаев этих задач.

Целью исследовательской работы является проведение анализа решений NP-полных задач на графы и поиск их применения в практической деятельности. Для достижения поставленной цели сформулированы *следующие задачи:*

1) дать определение понятия NP-полной задачи, а также познакомиться с другими понятиями, используемыми в теории вычислительной сложности;

2) рассмотреть NP-полные задачи на графы;
3) найти примеры их применения в практической деятельности.

Многие NP-полные задачи связаны с теорией графов. Самой простой из них считается задача о существовании гамильтонова цикла в графе. Задачи такого типа появились достаточно давно (XVIII–XIX в.): например, задача о торговце [1–4]. В настоящее время с помощью поиска гамильтонова цикла в графе, схематично изображающем туристический путь следования, можно рассчитать маршрут экскурсии, пролегающий по главным достопримечательностям города с условием, чтобы у каждой достопримечательности путешественник смог побывать ровно один раз.

Еще одной весьма известной NP-полной задачей является поиск количества вершин в графе, никакие две из которых напрямую не соединены ребром. Эту задачу еще называют поиском независимого множества [4, 5]. Предположим, есть некоторый набор данных и их следует распределить на сайты. В целях экономии времени веб-дизайнера количество сайтов должно быть наименьшим, но из-за ограничений по возрасту посетителей не всю информацию можно разместить на одном сайте. Построим граф, в котором вершинами будут являться разные данные, а рёбрами соединим те данные, которые на одном сайте находиться не могут. То есть для классификации данных следует найти независимые множества графа.

Другим ярким примером NP-полной задачи служит раскраска вершин графа в определенное число цветов, причем таким образом, чтобы никакие две одноцветные вершины не соединялись ребром. Также с этой задачей связана одна NP-трудная задача — это вопрос о минимальном количестве цветов раскраски вершин графа с аналогичным условием [5, 6].

Более общей NP-полной задачей на графы выступает поиск изоморфного подграфа [6]. Пусть у нас есть два графа, назовем их G и H. Необходимо определить, есть ли у графа G подграф, изоморфный графу H, или, наоборот, в графе H — подграф, изоморфный графу G. Эта задача применяется для решения более сложных задач.

Выводы:

1. NP-полные задачи активно используются в практической деятельности и поэтому поиск их полиномиального решения является в настоящее время одной из актуальных задач математики. При наличии алгоритма все научные вычислительные исследования могли бы производиться компьютерами.

2. Считаем, что практически любая NP-полная задача на графы в случае решения найдет свое прямое практическое применение.

3. Решение NP-полной задачи на графы представляет собой универсальный алгоритм, а ответ на задачу, решаемую указанным алгоритмом, будет востребован во многих сферах деятельности.

Список использованных источников

1. Гуровиц В.М., Ховрина В.В. Графы // М.: МЦНМО. 2008.
2. Мельников О.И. Занимательные задачи по теории графов // Минск, 2001.
3. Мельников О.И. Незнайка в стране графов: пособие для учащихся // М., 2007.
4. Ловас Л., Пламмер М. Прикладные задачи теории графов. Теория паросочетаний в математике, физике, химии // перевод с англ. М.: Мир, 1998.
5. Оре О. Графы и их применение // М.: Изд-во Мир, 1965.
6. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи // М.: Изд-во Мир, 1982.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВИСЯЧИХ МОСТОВ

Козаев Сармат Вадикович, Сланов Алан Витальевич

9 класс, 8 класс, Автономная некоммерческая организация дополнительного образования «Владикавказский Центр непрерывного математического образования», Владикавказ, Россия

Научный руководитель: Абатурова Вера Сергеевна, Южный математический институт Владикавказского научного центра РАН, к.пед. н, старший научный сотрудник.

В работе представлен процесс поиска и построения математической модели висячего моста. На основе изучения материалов по теме исследования, имеющихся в сети Интернет, в том числе лекции к.ф.-м.н. В.Н. Дубровского [1] была показано, что математической моделью висячего моста является квадратичная функция, т.е. кривая кабеля висячего моста совпадает с параболой. Для построения модели висячего моста использовалась компьютерная программа «1С:Математический конструктор» [2].

Под *висячим мостом* в нашем исследовании мы понимаем мост, в котором основная несущая конструкция выполнена из гибких элементов (кабелей, канатов и др.), работающих на растяжение, и к которым прикреплены тросы, а

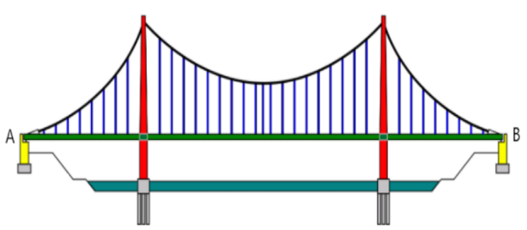


Рис. 1

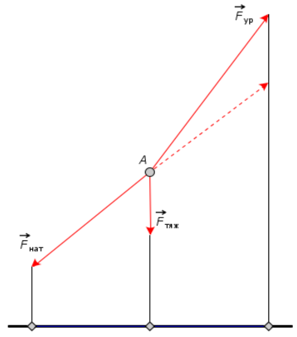


Рис 2.

проезжая часть (полотно моста) подвешена. При этом тросы находятся на равных расстояниях друг от друга, а весом троса можно пренебречь (рис. 1).

Напряжения в висячем мосте — это напряжения растяжения в тросах и сжатия в опорах, напряжения в самом полотне моста малы.

На произвольную узловую точку А крепления кабеля и троса действуют три силы — $F_{\text{тяж}}$ (сила тяжести) и две силы натяжения — $F_{\text{нат}}$ (нижняя) и $F_{\text{ур}}$ (верхняя). Сумма сил, действующих на точку А (рис 2.), равна нулю, иначе в этой точке произойдет разрыв троса или кабеля:

$$F_{\text{тяж}} + F_{\text{нат}} + F_{\text{ур}} = 0.$$

Силы тяжести, действующие на каждую узловую точку троса равны, так как они удерживают одинаковые части полотна моста. Таким образом, полученное равенство является условием равновесия висячего моста.

Модель произвольного висячего моста построена в компьютерной программе «1С:Математический конструктор», показавшей, как в узловых точках сетки из прямоугольников с длиной, равной силе натяжения $F_{\text{нат}}$, и шириной, равной силе тяжести $F_{\text{тяж}}$, поточечно «вырастает» линия кабеля висячего моста — парабола (рис 3.)

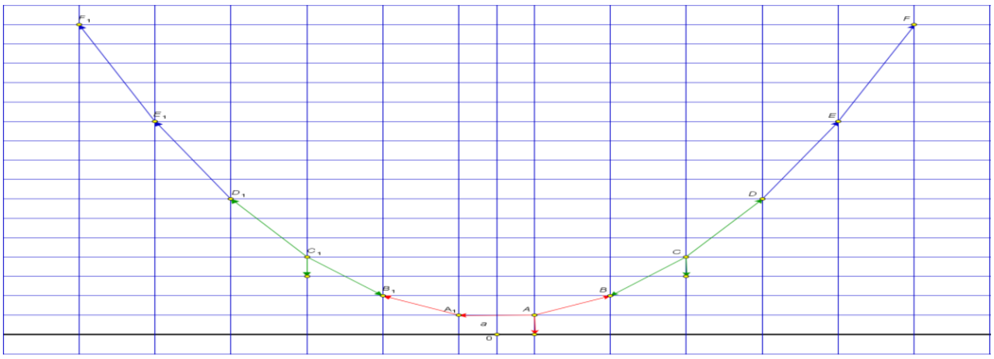


Рис 3.

На основе того, что приращения ординат всех узловых точек являются членами арифметической прогрессии (a_n), где n — число узлов,

$$a_1 = F_{\text{нат}}, \qquad d = F_{\text{тяж}}, \qquad a_n = a_1 + d(n-1),$$

а S_n — ордината каждой узловой точки было показано, что

$$S_n = \frac{d}{2}n^2 + \frac{2a_1 - d}{2}\,n$$

квадратичная функция, показывающая связь между ординатой узловой точки от числа узлов.

Список использованных источников

1. Дубровский В.Н. «Висячие мосты, арифметическая прогрессия и парабола» [Эл. ресурс]. URL: https://www.youtube.com/watch?v=Rub4gOsndKk
2. Компьютерная программа: «1С Математический конструктор» [Эл. ресурс]. URL: https://obr.1c.ru/mathkit/

ИГРА «DIFFY BOXES», КУРНОСЫЙ КУБ И КОНСТАНТА ТРИБОНАЧЧИ

Мордосевич Андрей Вениаминович
11 класс, СУНЦ МГУ, Москва, Россия

Научный руководитель: Дубровский Владимир Натанович, доцент кафедры математики СУНЦ МГУ

В работе рассматривается так называемая «константа трибоначчи», или «тройное сечение», возникающая в различных задачах алгебры и геометрии. Это число можно определить аналогично золотому сечению, т.е. отношению φ, в котором надо разделить отрезок AB так, чтобы весь отрезок относился к большей части, как большая часть к меньшей: $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CB} = \varphi$. Если разбить отрезок AB на части AC, CD, DB так, что $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CD} = \frac{CD}{DB} = \tau$, то τ и будет тройным сечением. Константа τ — корень уравнения $\tau^3 = \tau^2 + \tau + 1$, из которого получаем $\tau = \frac{1}{3}\left(1 + \sqrt[3]{19 + 3\sqrt{33}} + \sqrt[3]{19 - 3\sqrt{33}}\right)$.

Подобно тому, как золотое сечение φ связано с последовательностью Фибоначчи a_n ($\varphi = \lim_{n\to\infty} a_{n+1}/a_n$), тройное сечение является пределом отношения соседних членов «последовательности трибоначчи», задаваемой рекуррентным уравнением $b_n = b_{n-1} + b_{n-2} + b_{n-3}$ с тремя членами (а не с двумя, как в последовательности Фибоначчи) и с начальными условиями $b_0 = b_1 = 0, b_2 = 1$. Отсюда и название последовательности и константы.

Цель работы — объяснить появление константы трибоначчи в некоторых задачах, опираясь непосредственно на её геометрическое определение через «тройное сечение».

1. *Задача об игре Diffy Boxes.* В игре Diffy Boxes дан квадрат и четыре числа a, b, c, d, записанные в его вершинах. На первом шаге в середине каждой стороны квадрата записывается разность чисел в ее концах (точнее, модуль этой разности). Получается новый квадрат из чисел и операция повторяется.

Изучается задаваемое описанной операцией отображение

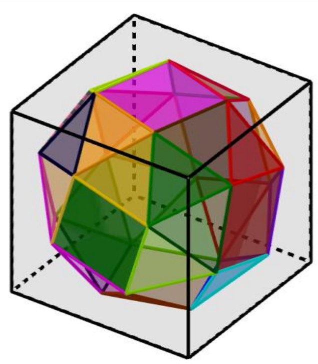
$$D: (a, b, c, d) \mapsto (|b-a|, |c-b|, |d-c|, |a-d|),$$

четверок $q = (a, b, c, d)$ с точки зрения поведения орбит $D(q)$, $D(D(q))$, … Структура орбиты инвариантна относительно самосовмещений квадрата и применения одной и той же линейной функции $f(x) = kx + b$, $k \neq 0$, ко всем числам четверки. Эти преобразования задают отношение эквивалентности на множестве четверок, и можно рассматривать орбиты отображения D на получаемых классах эквивалентности $[a, b, c, d]$. Справедлива следующая

Теорема 1. *Все классы, кроме одного, сходятся к* $[0, 0, 0, 0]$ *за конечное число операций, а единственный класс, не сходящийся к* $[0, 0, 0, 0]$, *— это класс* $[0,1,1+\tau^{-1},\tau]$, *где* τ *— константа трибоначчи, причем этот класс при отображении D переходит сам в себя.*

При доказательстве теоремы в каждом классе, кроме $[a, a, a, a]$ и $[a, a, b, b]$, выделяется канонический элемент $[0, 1, x, y]$, в котором x, y удовлетворяют условиям $x \geq 0$, $y \geq 1$, $|y - x| \leq 1$. Условие неподвижности канонического элемента оказывается эквивалентным равенствам отношений $\frac{y}{1} = \frac{1}{x-1} = \frac{x-1}{y-x}$, отвечающим «тройному сечению» $1 : (x - 1) : (y - x)$ отрезка длины y.

2. *Задача о построении курносого куба.* Курносый куб — это полуправильный многогранник, определяемый тем, что все его грани — правильные многоугольники, а любую его вершину можно перевести в любую другую самосовмещением этого многогранника. В каждой вершине курносого куба сходятся четыре треугольника и квадрат. Построить курносый куб можно, вписав его в обычный куб К так, что каждая его квадратная грань попадает на грань куба К и центры двух этих граней-квадратов совпадают (см. рис.). Для обоснования этого построения нужно определить размер и положение грани курносого куба на грани его описанного куба К. Имеет место



Теорема 2. *Пусть в каждой грани куба К построен концентрический с ней квадрат так, что квадраты в разных гранях можно совместить поворотами куба, причем координаты в плоскости грани куба К введены так, что ее вершины имеют координаты* $(\pm 1, \pm 1)$. *Тогда выпуклая оболочка шести квадратов есть курносый куб, если и только если координаты вершин квадрата в выбранной системе равны* $(x, y), (-y, x), (-x, -y), (y, -x)$, *где числа* y и x *задают «тройное разбиение» единичного отрезка:* $\frac{1}{y} = \frac{y}{x} = \frac{x}{1-y-x}$

Список использованных источников

1. Behn A., Kribs-Zaleta Ch., Ponomarenko V. The Convergence of Difference Boxes // American Mathematical Monthly. 112. May 2005. 426–439.

АВТОБИОГРАФИЧЕСКИЕ ЧИСЛА

Фазуллин Алсын Зиганурович
8 класс, МБОУ «Гимназия № 3», г. Уфа, Россия

Научный руководитель: Наталья Фаирбаховна Абузярова, старший научный сотрудник НИС НИУ, к. ф.-м. н., доцент, Башкирский государственный университет

Натуральное число называем *автобиографическим*, если каждая цифра в его записи, кроме последней (разряда единиц), показывает, сколько раз в записи этого числа встречается цифра, идущая следом.

Например, числа 1217, 333 – автобиографические.

Цель работы — найти полное описание автобиографических чисел.

Все однозначные числа 1, 2, …, 9 — автобиографические. Среди двузначных автобиографическими будут только числа 22, 10, 12, 13, 14, 15, 16,17,18, 19.

Изучается связь между соседними цифрами автобиографического числа в общем виде. Установлены такие факты:

1) кроме перечисленных выше, автобиографическими являются также числа: 333, 4444, 55555, 666666, 7777777, 88888888, 999999999, 121, 1210, 1213, 1214, 1215, 1216, 1217, 1218, 1219, 23232, 3434343, 454545454, 56565656565, 6767676767676, 787878787878787 и 89898989898989898;
2) других автобиографических чисел нет.

ПРИМЕНЕНИЕ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Черевичная Наталья Владимировна
10 класс, муниципальное общеобразовательное учреждение «Лицей № 5 имени Ю.А. Гагарина», г. Волгоград, Россия

Научные руководители: Андрей Васильевич Зенович, Волгоградский государственный университет, доцент
Наталья Юрьевна Должикова, МОУ «Лицей № 5 имени Ю.А. Гагарина», учитель математики высшей квалификационной категории

В настоящее время основные достижения в науке и технике возможны на стыке не связанных между собой наук. Этот вывод подтверждает направление

Эволюционное моделирование и основная ее часть — *Генетические алгоритмы*. Актуальность использования метода генетических алгоритмов объясняется простотой его адаптации в прикладной среде программирования и информационного преобразования электронных данных, а также широтой направлений текущего применения метода, в том числе: Оптимизация функций, Задачи на графах, Задачи компоновки, Игровые стратегии, Теория приближений, Искусственная жизнь, Биоинформатика [1].

Генетические алгоритмы — это поисковые алгоритмы, основанные на механизмах натуральной селекции и генетики. Они реализуют «выживание сильнейших» среди рассмотренных структур путем формирования и изменения поискового алгоритма с целью моделирования эволюции поиска. Область применения генетических алгоритмов в математике достаточно широка. Во многих задачах оптимизации, особенно с нечеткими условиями, можно придумать поколение особей, гены которых являются параметрами задачи, задать функцию приспособленности, принимающую наибольшие значения на решениях нашей задачи, и осуществить *эволюционный процесс*. При этом можно надеяться, что результатом искусственного отбора станет именно решение задачи.

В работе изучены генетические алгоритмы для решения различных классов оптимизационных задач и написана программа на языке Паскаль, реализующая алгоритм нахождения решения в натуральных числах уравнения

$$ax + by + cz + dt = e$$

(с четырьмя неизвестными x, y, z, t). Это тестовое линейное уравнение в принципе можно заменить на гораздо более сложное, при этом в программе придется изменять только алгоритм начального формирования популяции и функцию приспособленности.

Проведен ряд вычислительных экспериментов с целью подбора оптимальных параметров алгоритма. В дальнейшем планируется реализация модификаций алгоритма для *задачи коммивояжера*, задачи поиска *локальных минимумов функции*, а также некоторых других задач.

Список использованных источников

1. Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. Обзор и состояние // Новости искусственного интеллекта. 2008, 3.

НЕЕВКЛИДОВА ГЕОМЕТРИЯ
В КАРТИНАХ МОРИСА ЭШЕРА

Щелочева Екатерина Ильинична
8 класс, Академическая гимназия имени Д.К. Фаддеева, г. Санкт-Петербург, Россия

Научный руководитель: Лилия Александровна Добрун, АГ СПбГУ, учитель математики и физики

Цель работы — установить связь художественных образов в работах Мориса Эшера с проекцией на плоскость пространства, подчинённого законам неевклидовой геометрии. Для выполнения этой цели поставлены следующие задачи:

1) познакомиться с теорией пространства Римана и Лобачевского;
2) установить, как изменяется форма базовых фигур (например: прямая, треугольник, четырехугольник и т.д.) при переходе из неевклидовой геометрии в привычную для нас евклидовую;
3) найти образы фигур неевклидовой геометрии в картинах Мориса Эшера.

Проведенное исследование показало, что картины Мориса Эшера интересны с точки зрения не только искусства, но и математики, если обратиться к пространству, подчиненному законам неевклидовой геометрии:

1) геометрии Лобачевского — в серии работ «Предел-круг», а именно в картине «Предел-круг III».
2) геометрии Римана — на картине «Автопортрет в сферическом шаре»..

Также на его картинах присутствуют и другие элементы, которые можно описать с точки зрения математики, например: паркеты, мозаики, многогранники, а также перспектива с несколькими точками схождения. В этом направлении работа над проектом будет продолжена.

Список использованных источников

1. Попов К.А. Симметрия в работах Эшера и методы создания орнаментов // Инновации в современном музыкально-художественном образовании: мат-лы II Междунар. научно-практической конф., г. Екатеринбург, 28–30 октября 2008 г. Рос. гос. проф.-пед. ун-т, Ин-т худож. образования Рос. акад. образования. Екатеринбург, 2008. 96–101.
2. Бруно Эрнст. Волшебное зеркало М.К. Эшера.
3. Что представляет собой геометрия Лобачевского простыми словами https://zen.yandex.ru/media/maths/chto-predstavliaet-soboi-geometriia-lobachevskogo-prostymi-slovami-5d28c6e9a1b4f100ad4a
4. Биография М.К. Эшера https://im-possible.info/russian/articles/escher/escher.html