

Анализ движения тел в поле гравитации Галактики

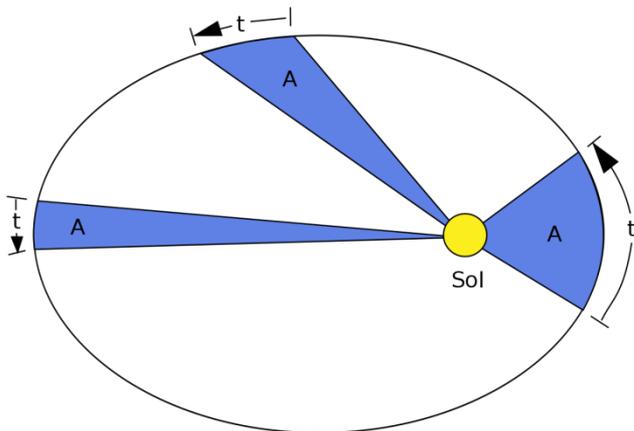
Автор: Усатюк Александр Владимирович
МАОУ физмат-лицей №5 г.Долгопрудный

Небесная механика и законы Кеплера

Астрономические наблюдения и измерения привели к созданию в середине XVII века классической механики Ньютона. Её главным успехом было объяснение эмпирически установленных законов Кеплера, на основе данных наблюдений Тихо Браге:

1. Каждая планета Солнечной системы обращается по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце;
2. Каждая планета движется в плоскости, проходящей через центр Солнца, причём за равные промежутки времени радиус-вектор, соединяющий Солнце и планету, описывает собой равные площади.;
3. Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся, как кубы больших полуосей орбит планет:

$$\frac{T_1^2(M_0 + m_1)}{T_2^2(M_0 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$



2-й закон Кеплера

Законы Кеплера являются следствием законов движения в классической механики.

2-й закон Ньютона:

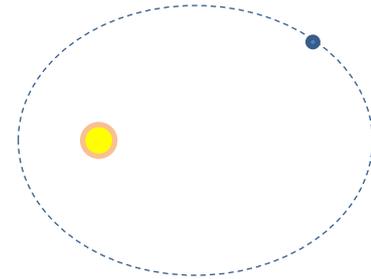
$$\frac{d^2\vec{R}}{dx^2} = \frac{\vec{F}}{m}$$

(ускорение тела равно равнодействующей силе, поделённой на массу тела).

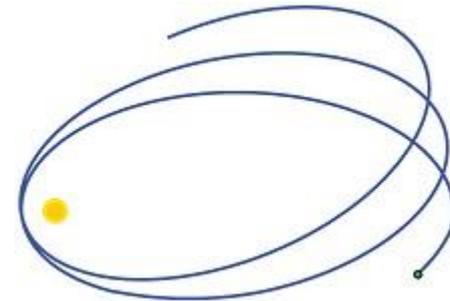
Нарушение законов Кеплера

Законы Кеплера выполняются точно, только при следующих условиях:

- тела можно с высокой степенью точности считать материальными точками;
- сила притяжения противоположно направлена радиус-вектору тела;
- сила притяжения обратно пропорциональна квадрату расстояния;
- есть всего два тела, а влиянием остальных тел можно пренебречь.



Нарушение любого из этих условий приводит к искажению траекторий тел: они становятся неэллиптическими и начинают *прецессировать*, то есть орбита тела как-бы начинает вращаться вокруг центра притяжения.



Причины нарушения условий:

- наличие других тел, оказывающих значительное влияние;
- несферическая форма тел;
- распределение массы в пространстве;
- сила притяжения не является обратно пропорциональной квадрату расстояния;
- возникновение приливных эффектов, то есть смещение вещества внутри тел под действием сил взаимного притяжения.

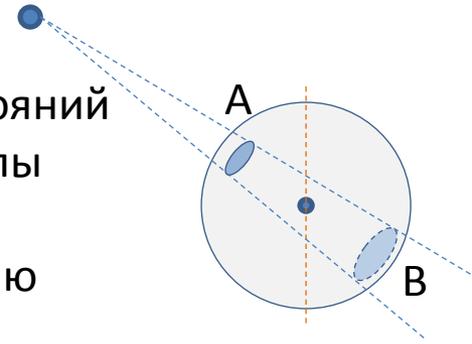
Прецессия линии апсид

Центр притяжения имеет сферически симметричное распределение массы:

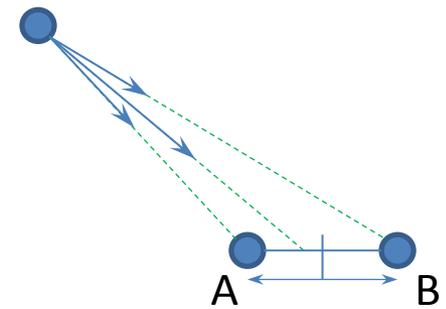
Выпустим пучок лучей из тела на сферу.

Области A и B имеют площади, пропорциональные квадратам расстояний R_A^2 и R_B^2 , их массы пропорциональны площадям, а создаваемые силы притяжения обратно пропорциональны квадратам расстояний.

В итоге, сфера и шар создают притяжение, эквивалентное притяжению массивной точки, помещённой в центре сферы.



Когда центр притяжения имеет несимметричное распределение масс, то более близкие точки (точка A на рисунке) оказывают большее притяжение, чем дальние (точка B на рисунке). Центр притяжения находится не посередине между A и B, а смещён в сторону ближней точки A. Это приведёт к тому, что тело станет быстрее «поворачивать» в сторону центра масс, и эллиптическая траектория станет поворачиваться в ту же сторону, в какую вращается тело.



Такой тип прецессии называется *прецессией линии апсид*.

Апсидами называют крайние точки траектории (например, перигелий и апогелий).

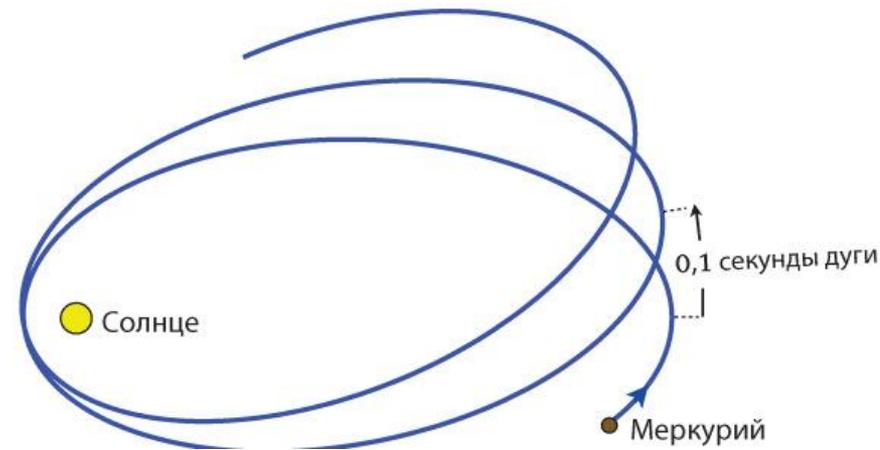
Такая прецессия происходит в плоскости орбиты.

Открытия, связанные с прецессией

В конце XVIII века была астрономами была открыта планета Уран. Длительные наблюдения за движением Урана показали, что на него воздействует некое прежде неизвестное небесное тело. Расчёты, проведённые французским математиком Урбенем Леверье, предсказали ожидаемое местоположение новой планеты с точностью $0.1''$ (угловой секунды). Так была открыта планета Нептун, в 1846 году она была увидена.

В 1859 году У.Леверье обнаружил, что орбита планеты Меркурий прецессирует слишком быстро: за 100 лет наблюдений линия апсид Меркурия повернулась на $565''$, однако учёт влияния всех известных планет и Солнца давал величину только $526''$, то есть разница составляла около $40''$ за столетие.

Долгое время астрономы пытались найти объяснение этому явлению. В конечном счёте, оно послужило одной из причин создания теории относительности. Расчёты, выполненные А.Эйнштейном, показали, что поправка к скорости прецессии Меркурия вызвана релятивистскими эффектами (из-за гравитационного поля Солнца).



Научная ценность наблюдения орбит

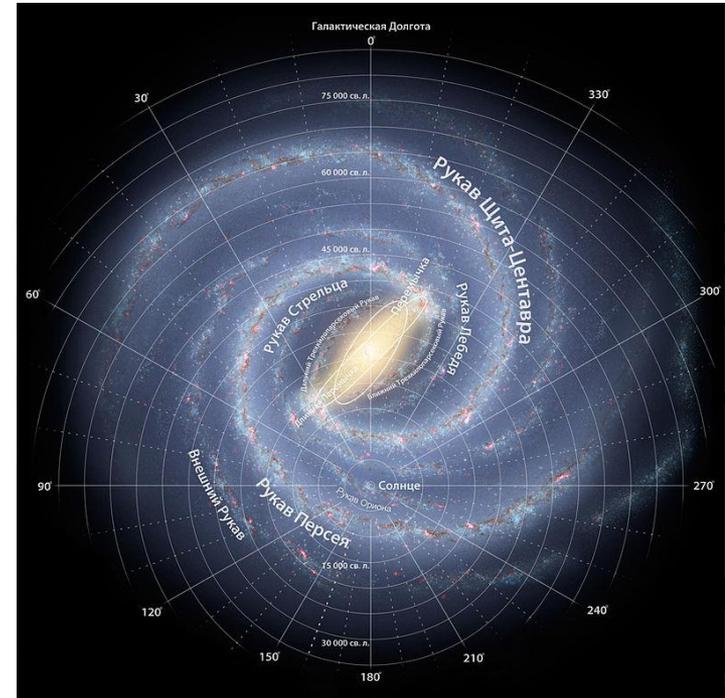
Длительные наблюдения за орбитами космических тел позволяет определять действующие на них силы притяжения, косвенно измерять массу космических тел, обнаруживать малозаметные космические тела и определять распределение массы космического вещества в Галактике.

В современной астрономии есть немало нерешённых вопросов, касающихся эволюции и движения галактик, включая Галактику Млечный Путь, в которой находится и Солнечная система.

Наблюдения за орбитами звёздных скоплений и отдельных звёзд позволят определить структуру Галактики и измерить массы её составляющих. Однако этот метод требует длительного времени регулярных астрономических наблюдений.

Быстрый способ измерения массы звёздного вещества заключается в анализе интенсивности и спектра излучения звёзд. Недостаток этого метода – очень большие погрешности и множество препятствий.

Достаточно упомянуть, что с Земли не виден центр Галактики, хотя он должен светиться ярче полной Луны. От нас его закрывают огромные газо-пылевые облака.



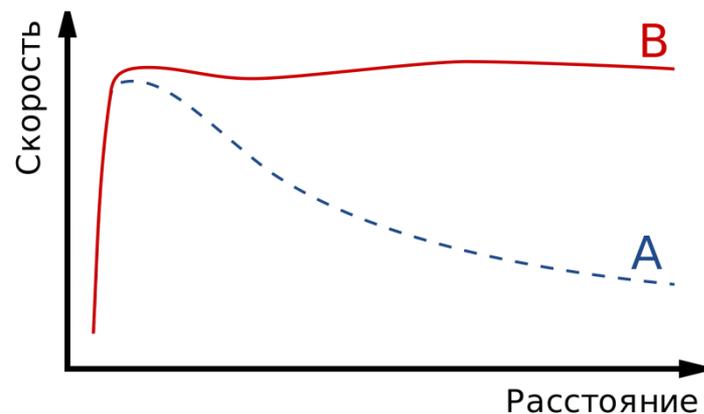
Препологаемый вид галактики Млечный Путь со стороны Северного Полюса Галактики.

Распределение вещества в Галактике

По современным представлениям, наша Галактика имеет плоскую дискообразную форму:

- *галактический диск* имеет диаметр около 100 тыс. световых лет (по другим данным, диаметр Галактики - около 200 тыс. свет. лет);
- в центре диска расположено *ядро* Галактики, создающее центральное утолщение (*балдж*), его радиус составляет около 27 тыс. свет. лет;
- внутри диска наблюдаются спиралевидные области повышенной концентрации звёзд, их называют *рукавами*;
- диск окружён галактическим *гало* сферической формы.

Гало содержит мало звёзд. Сейчас принято считать, что гало содержит огромное количество так называемой *тёмной материи*. Эта гипотеза – наиболее простое объяснение феномена *скрытой массы*, объясняющего необычное распределение скорости вращения диска Галактики.



A – ожидаемое распределение скоростей вращения;
B – наблюдаемое распределение скоростей вращения.

О точности астрономических измерений

Большинство измерений характеристик удалённых астрономических объектов имеют косвенный характер и имеют низкую точность.

Так, средняя точность измерения расстояний и скоростей далёких звёзд и звёздных скоплений в среднем по Галактике не превышает 10-15%.

Современные оценки массы Галактики различаются в 4 раза: от $0.7 \cdot 10^{12} M_{\odot}$ до $3.0 \cdot 10^{12} M_{\odot}$.
Оценки доли и массы тёмной материи также различаются в несколько раз.

В современной астрономии расстояния и скорости далёких объектов измеряются косвенными методами, дающие большие ошибки.

Эти методы позволяют проводить измерения в любое время (например, использовать эффект Доплера), либо при регистрации определённых астрономических явлений, таких как взрывы сверхновых звёзд.

В гало движутся так называемые шаровые звёздные скопления (*кластеры*). Это большие группы звёзд, удерживаемые вместе взаимной гравитацией. Кластеры движутся как единое целое, вокруг центра Галактики под действием гравитации по сложным орбитам. Движение кластеров можно использовать для изучения распределения вещества в Галактике. Этот метод даёт более точные результаты, но требует длительного времени наблюдения за астрономическими объектами.

Модели гравитационного потенциала

В нашей Галактике насчитывается ~ 150 шаровых скоплений. В отличие от большинства звёзд, они движутся по несогласованным орбитам. Одновременный учёт множества орбит позволяет уменьшить неточности в определении характеристик Галактики.

Для многих шаровых скоплений измерены положение и вектор скорости. Эту информацию можно использовать для моделирования движения шаровых скоплений по Галактике.

В современных моделях Галактики используются различные модели гравитационного потенциала Галактики, в которых рассматриваются статическая и динамическая части:

- сферически симметричный гравитационный потенциал балджа;
- осесимметричный гравитационный потенциал галактического диска;
- сферически симметричный гравитационный потенциал гало;
- влияние вращающейся перемычки;
- влияние вращающихся спиральных рукавов.

По оценке, полученной в работе (Jilkova et al), учёт влияния вращающихся компонент даёт несущественное изменение (10%) характеристик движения кластеров, траектории которых проходят вблизи от балджа Галактики.

Модель гравитационного потенциала

Я использовал модель Флинна для гравитационного потенциала Галактики из работы (). В ней статический гравитационный потенциал описан следующим образом:

$$\begin{aligned}\phi_0 &= \phi_C + \phi_D + \phi_H, \\ \phi_C &= -\frac{GM_{C_1}}{\sqrt{r^2 + r_{C_1}^2}} - \frac{GM_{C_2}}{\sqrt{r^2 + r_{C_2}^2}}, \\ \phi_{D_n} &= \frac{-GM_{D_n}}{\sqrt{\left\{R^2 + \left[a_n + \sqrt{(z^2 + b^2)}\right]^2\right\}}}, \quad n = 1, 2, 3, \\ \phi_H &= \frac{1}{2}V_H^2 \ln(r^2 + r_0^2),\end{aligned}$$

где:

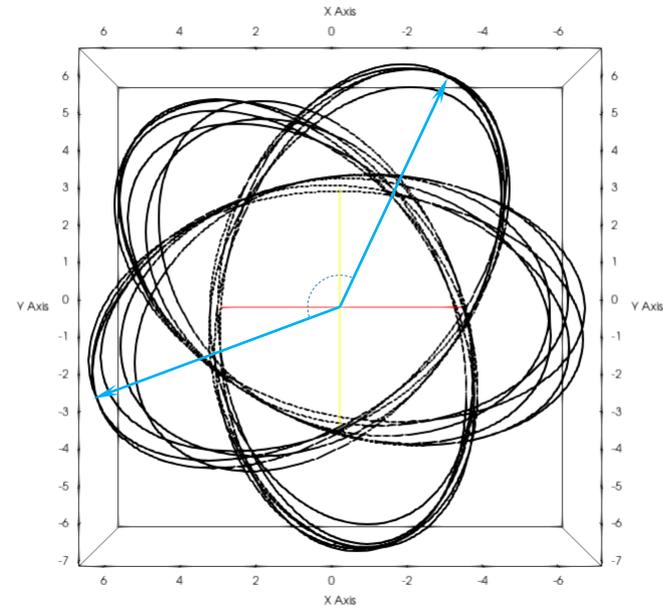
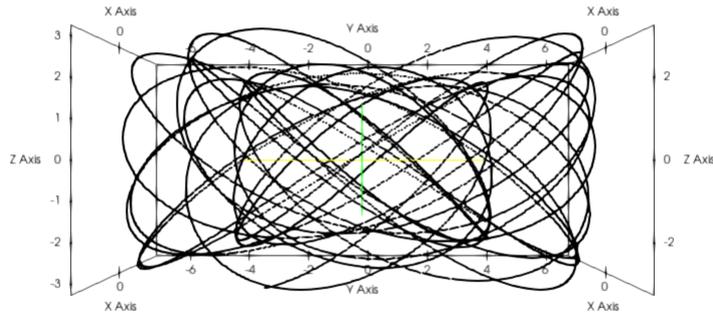
ϕ_0 – общий гравитационный потенциал;
 ϕ_C – гравитационный потенциал ядра;
 ϕ_{D_n} – гравитационный потенциал диска, он состоит из трёх компонент;
 ϕ_H – гравитационный потенциал гало;
 M_{C_n} – массы так называемых сфер Пламмера;
 r_{C_n} – радиусы сфер Пламмера;
 a_n, b – параметры модели галактического диска;
 V_H, r_0 – параметры гало;
 G – гравитационная постоянная;
 $R = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Для вычисления траекторий шаровых скоплений я численно решал уравнения движения тела в поле гравитации. Для этого использовалась вычислительная схема Рунге-Кутты 4 порядка. Это обычная практика при выполнении астрономических расчётов без учёта особых релятивистских явлений, таких как слияние чёрных дыр или столкновение массивных космических тел.

Примеры расчётных траекторий

Данные о координатах и скоростях движения шаровых скоплений были взяты из работы (Baumgardt et al).

Ниже приведена расчётная траектория для шарового скопления NGC-6397:



$$X_0, Y_0, Z_0 = (5.88, -0.89, -0.51) \text{ [кпк]}$$

$$U_0, V_0, W_0 = (56.82, 109.54, -128.55) \left[\frac{\text{км}}{\text{сек}} \right]$$

$$\text{Периастр} = 2.6 \text{ [кпк]}$$

$$\text{Апоастр} = 6.2 \text{ [кпк]}$$

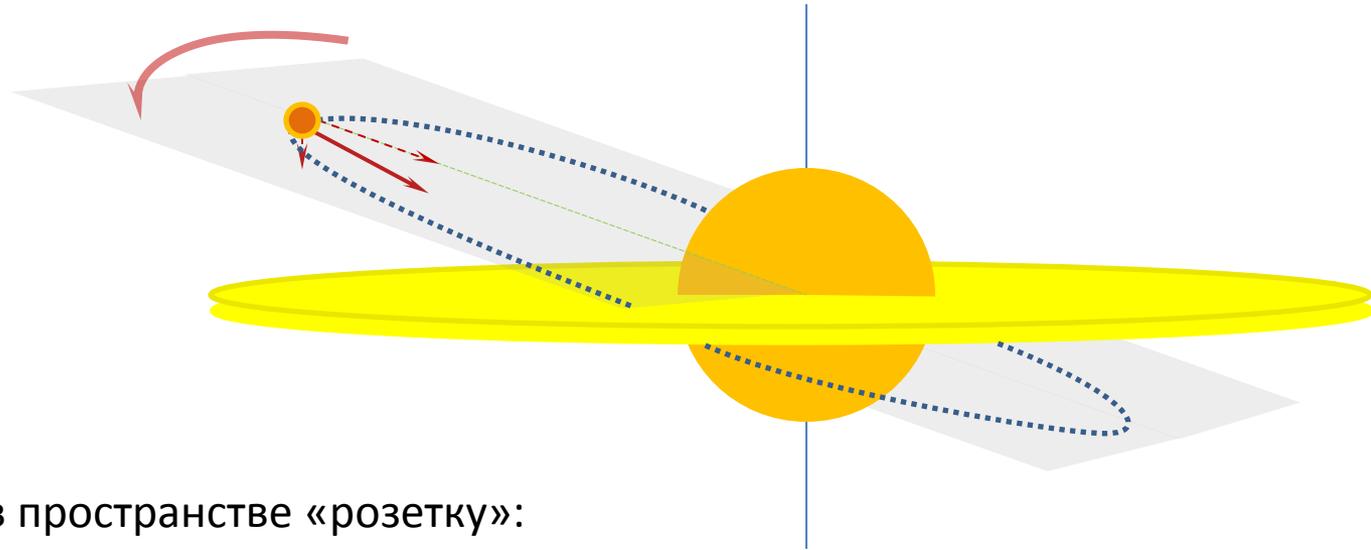
$$\text{Период вращения} = 48.8 \pm 0.1 \text{ [млн.лет]}$$

$$\text{Период прецессии} = 252 \pm 10 \text{ [млн.лет]}$$

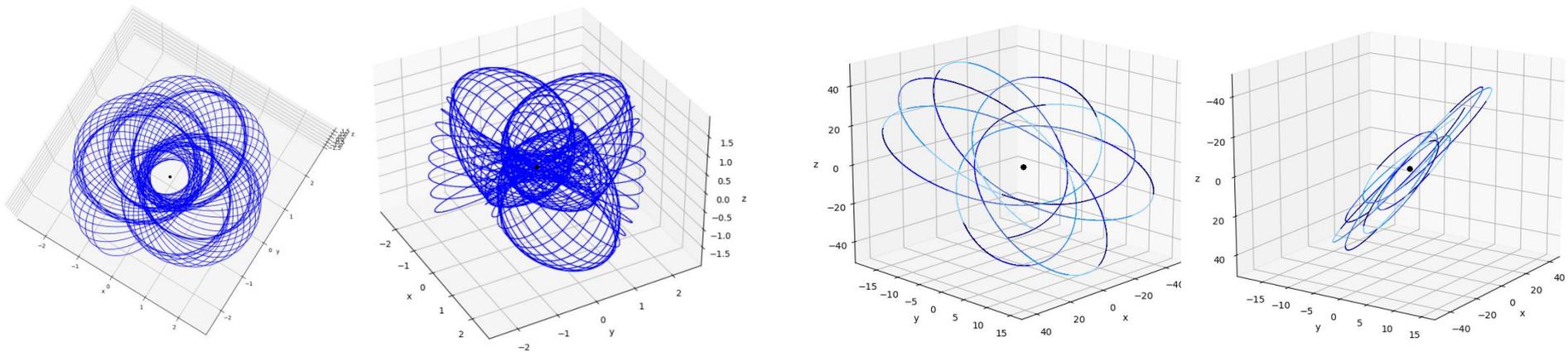
Период вращения вычисляется по последовательным моментам прохождения апоастра (максимального удаления от центра Галактики)

Прецессия плоскости орбиты

При несферическом распределении масс результирующая сила притяжения направлена непараллельно плоскости орбиты. В результате, плоскость орбиты начинает вращаться вокруг оси симметрии. В Галактике плоскость орбиты вращается вокруг оси галактического диска.



В итоге, тело описывает в пространстве «розетку»:

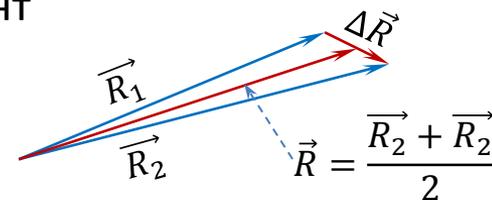


Зависимость траекторий от массы Галактики

Распределение вещества в Галактике и масса различных компонент (массы ядра, диска и гало) влияет на форму траекторий шаровых скоплений и на скорость движения по этим траекториям.

Я оценил время, необходимое для накопления разницы в 1% и 10% в значениях положения и скорости скоплений при разных оценках массы Галактики, для чего были выбраны значения массы Галактики $1.2 \cdot 10^{12} M_{\odot}$ и значение на 50% большее.

В итоге мы должны получить время, в течение которого надо проводить астрономические измерения, прежде чем мы сможем экспериментально обнаружить различие между двумя моделями распределения вещества в Галактике.



Шаровое скопление	$\frac{\Delta R}{R} > 1\%$	$\frac{\Delta V}{V} > 1\%$	$\frac{\Delta R}{R} > 10\%$	$\frac{\Delta V}{V} > 10\%$
NGC 6397	5 031 тыс.лет	367 тыс.лет	15 576 тыс.лет	3 421 тыс.лет
Whiting-1	27 275 тыс.лет	2 727 тыс.лет	70 063 тыс.лет	29 850 тыс.лет
NGC 288	10 492 тыс.лет	449 тыс.лет	28 792 тыс.лет	49 780 тыс.лет
NGC 104	6 228 тыс.лет	536 тыс.лет	18 249 тыс.лет	54 850 тыс.лет

Из полученных результатов видно, что разница в скорости увеличивается намного быстрее, чем разница в положении объектов. Можно сделать вывод, что развитие методов точного измерения скоростей звёзд более перспективен, чем измерение расстояний.

Список литературы

1. H. Baumgardt , M. Hilker, A. Sollima and A. Bellini, “Mean proper motions, space orbits, and velocity dispersion profiles of Galactic globular clusters derived from Gaia DR2 data”, MNRAS 482, 5138–5155 (2019) doi:10.1093/mnras/sty2997, Advance Access publication 2018 November 10
2. L. Jílková, G. Carraro, B. Jungwiert, and I. Minchev, “The origin and orbit of the old, metal-rich, open cluster NGC 6791 Insights from kinematics”, Astronomy & Astrophysics manuscript no. ngc6791`arxiv2, April 19, 2012
3. А.Т.Байкова, В.В.Бобылев, “Кривая вращения и распределение массы в галактике по данным о скоростях объектов на расстояниях до 200 кпк”, письма в астрономический журнал, 2016, том 42, № 9, с.625–641
4. James Binney and Scott Tremaine, “Galactic Dynamics”, second edition, Princeton University Press.
5. “Галактика Млечный Путь”, https://ru.wikipedia.org/wiki/Млечный_Путь
6. “Смещение перигелия Меркурия”,
https://ru.wikipedia.org/wiki/Смещение_перигелия_Меркурия
7. “Метод Рунге–Кутты”, https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_Рунге_—_Кутты