

Использование NP-полных задач в теории графов

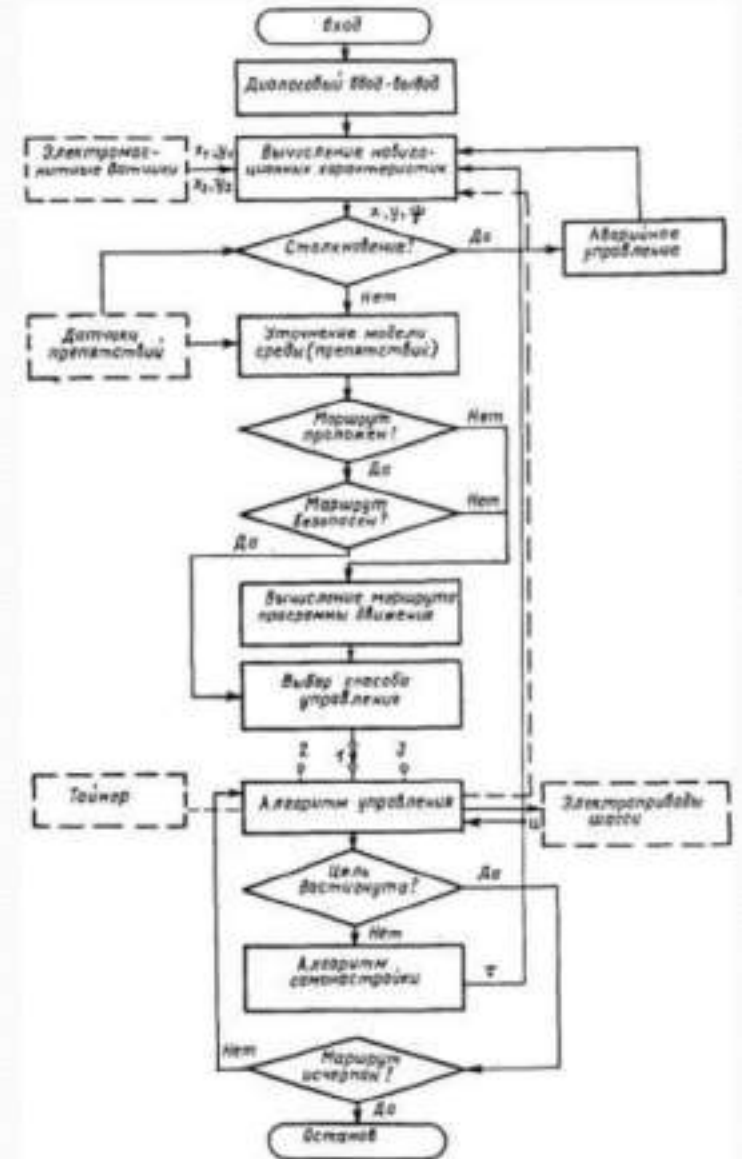
Калистратов Даниил Евгеньевич
8 класс, МАОУ СОШ «Школа № 187
с углубленным изучением отдельных предметов»,
г. Нижний Новгород, Россия

Научные руководители: Г.П. Коган; Т.Ю. Парфенова,
учитель по математике МАОУ СОШ «Школа № 187
с углубленным изучением отдельных предметов»

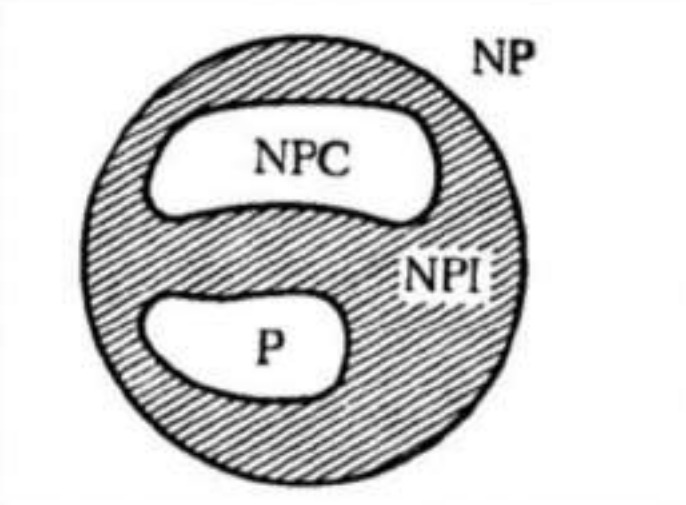
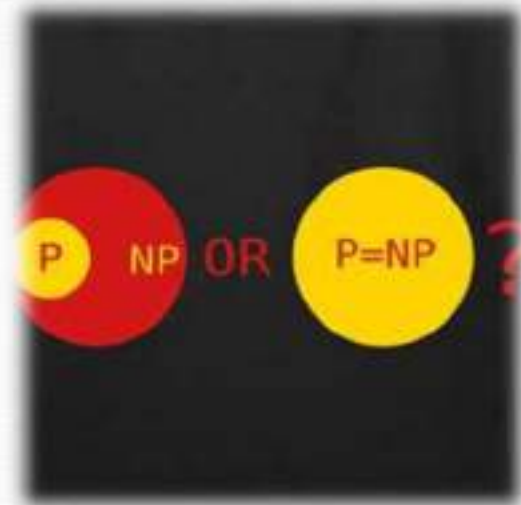
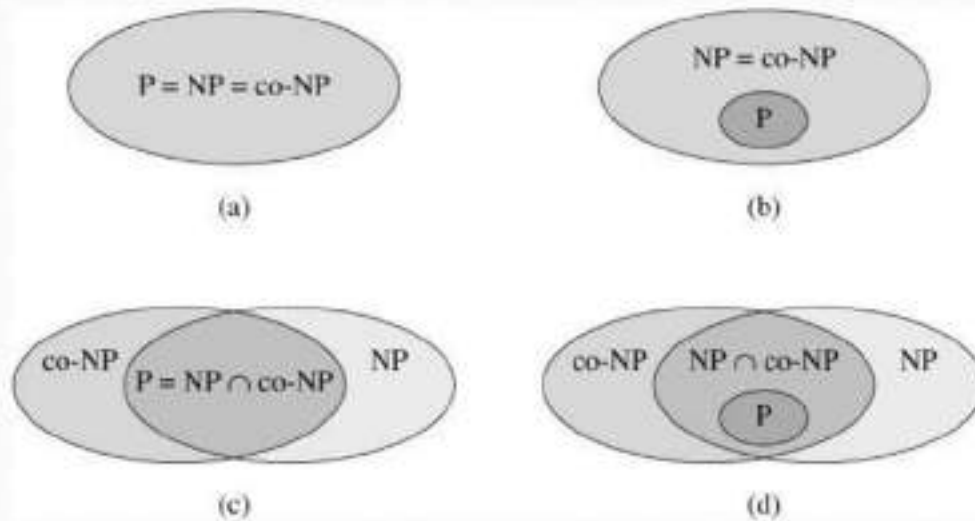


Введение

Достаточно часто в своей повседневной жизни мы встречаемся со схематичным изображением чего-либо: ветки метро, карта автомобильных дорог в городе, маршруты общественного автотранспорта, схемы электрических цепей. Все это можно назвать графами.



Введение



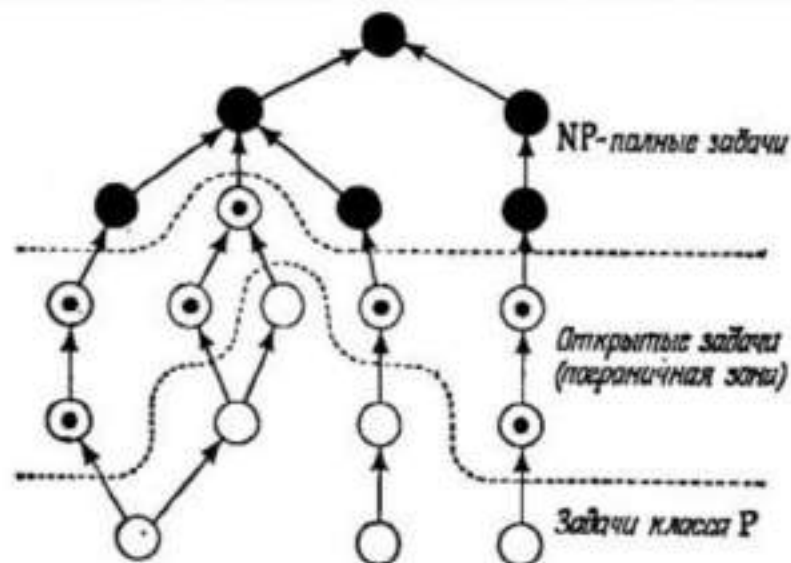
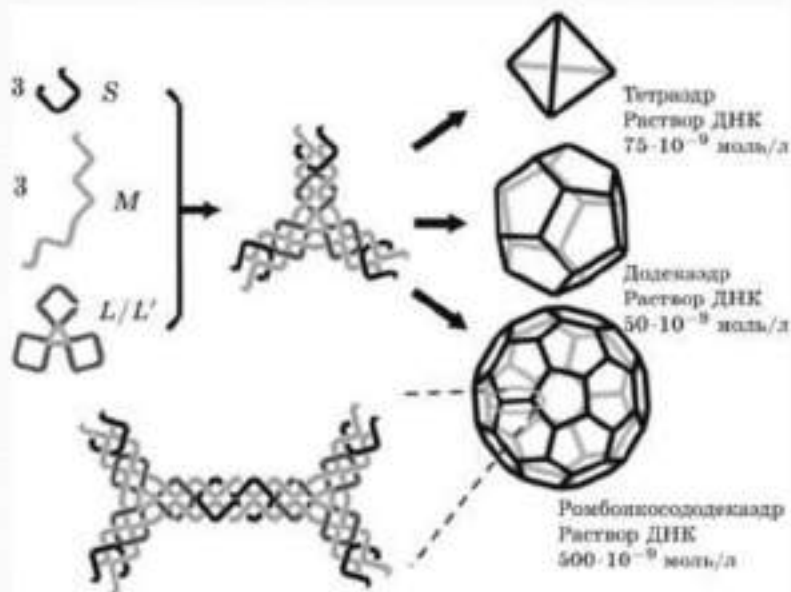
Объект исследования –
неполиномиально разрешимые задачи.
Предметом исследования
явились NP-полные задачи на графы.

Введение

Цель исследовательской работы – проведение анализа решений NP-полных задач на графы и поиск их применения в практической деятельности.

Задачи:

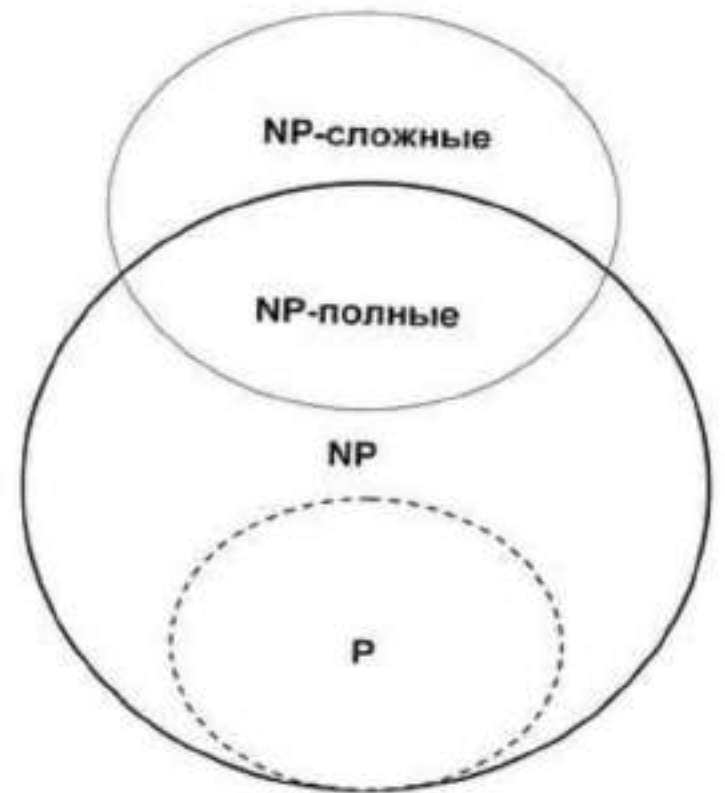
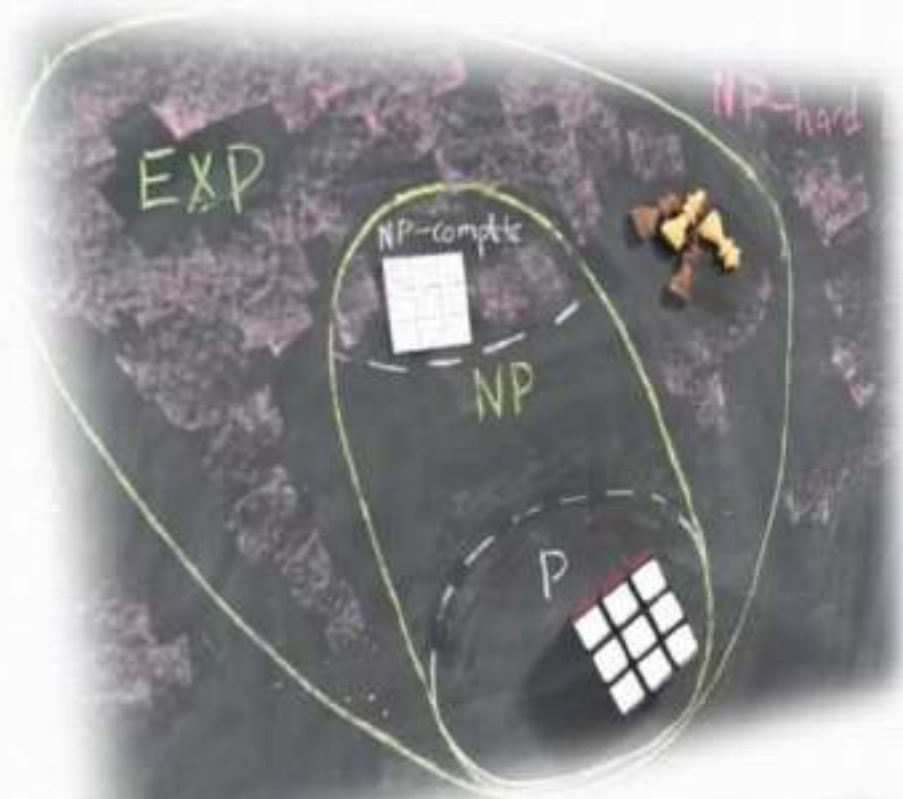
1. Дать определение понятия NP-полных задач.
2. Познакомиться с понятиями, используемыми в теории вычислительной сложности.
3. Рассмотреть NP-полные задачи на графы и найти примеры их применения в практической деятельности.



Теория вычислительной сложности и NP-полные задачи.

Понятия, используемые в теории вычислительной сложности

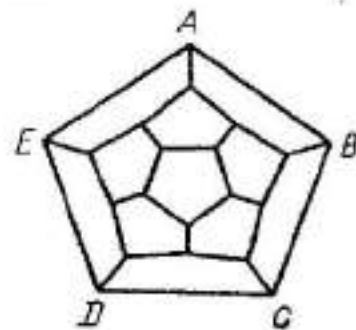
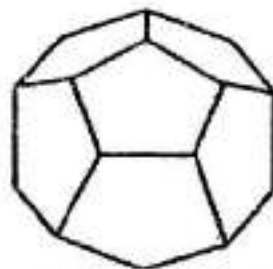
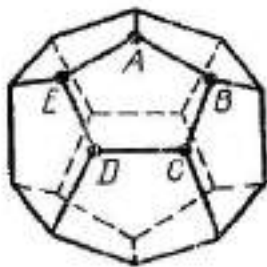
Одной из самых важных областей современной математики является теория вычислительной сложности. Данная теория рассматривает вопрос о том, за какое наименьшее количество простейших операций возможно решить конкретную математическую задачу.



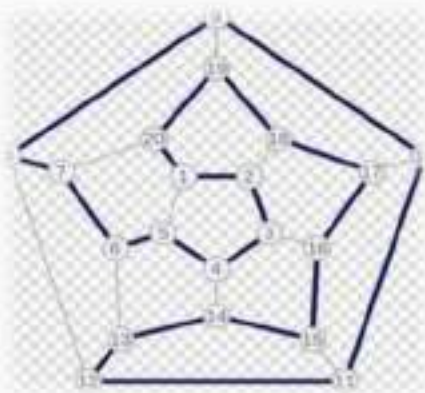
Соотношение классов в теории относительной сложности

NP-полные задачи на графы и применение их в практической деятельности

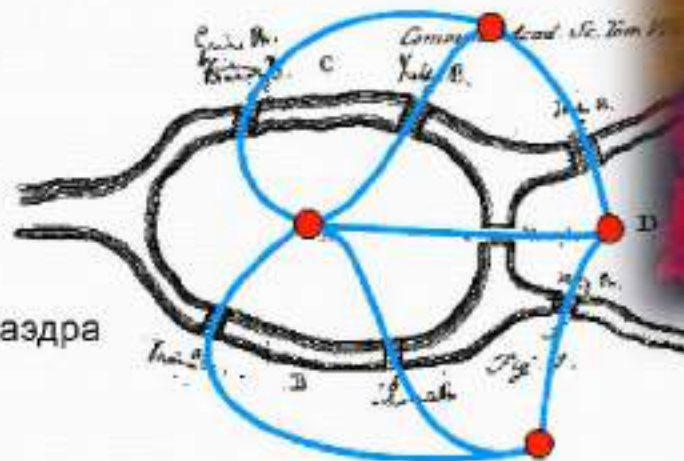
Многие NP-полные задачи связаны с теорией графов. Одной из самых простых считается задача о существовании Гамильтонового цикла в графе. Задачи такого типа появились достаточно давно (в XVIII–XIX веке), например задача о нечестном торговце, путешествующем по городам.



Объемный додекаэдр и его граф на плоскости



Гамильтонов цикл в графе додекаэдра

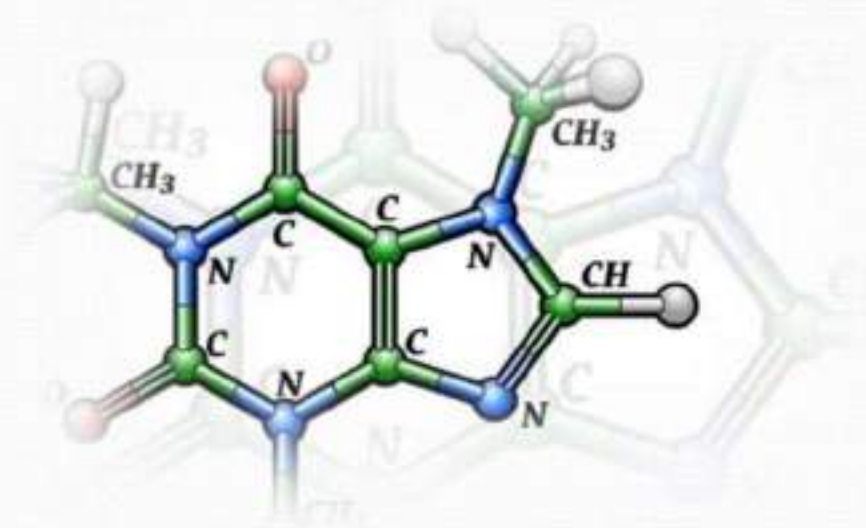
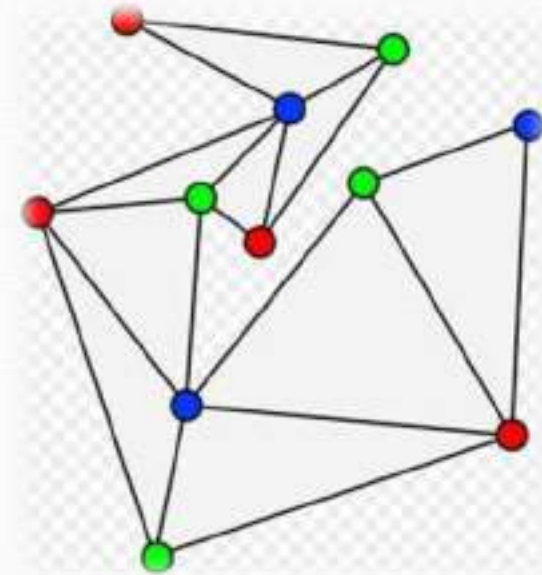


Задача о Кенингсбергских мостах



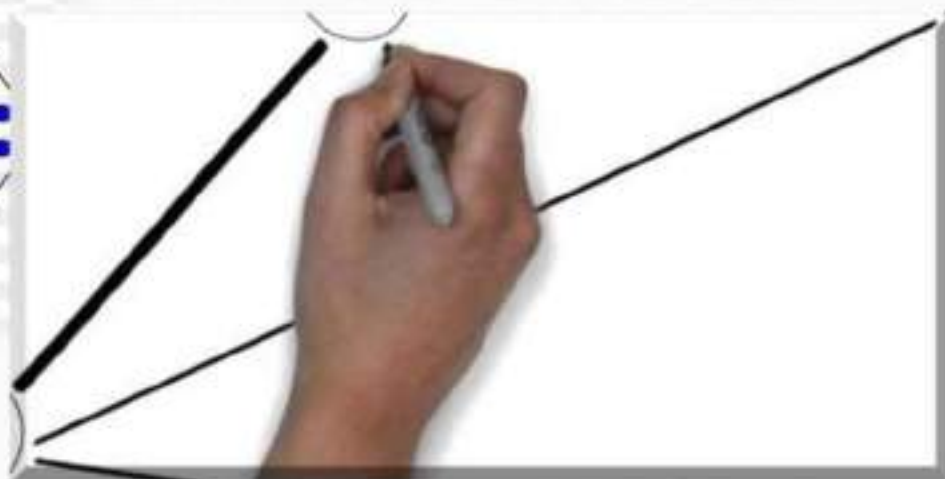
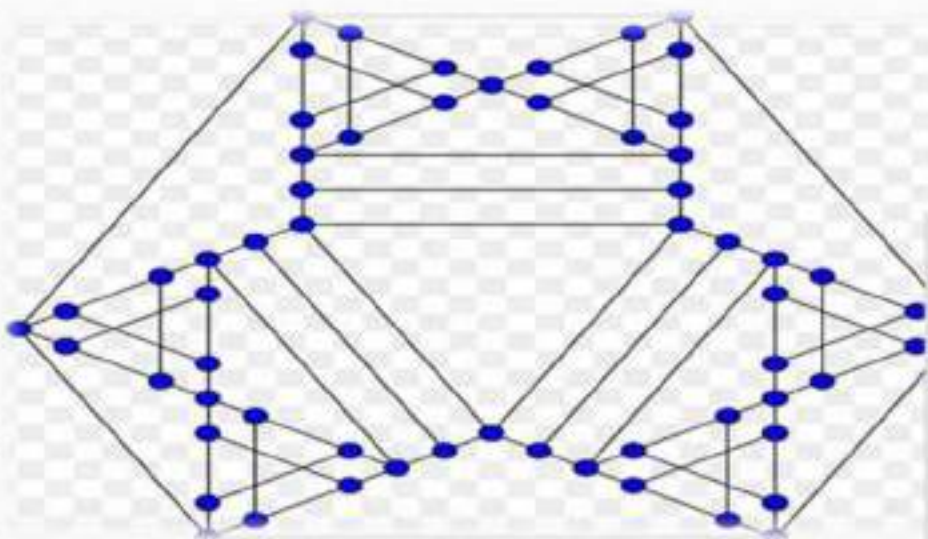
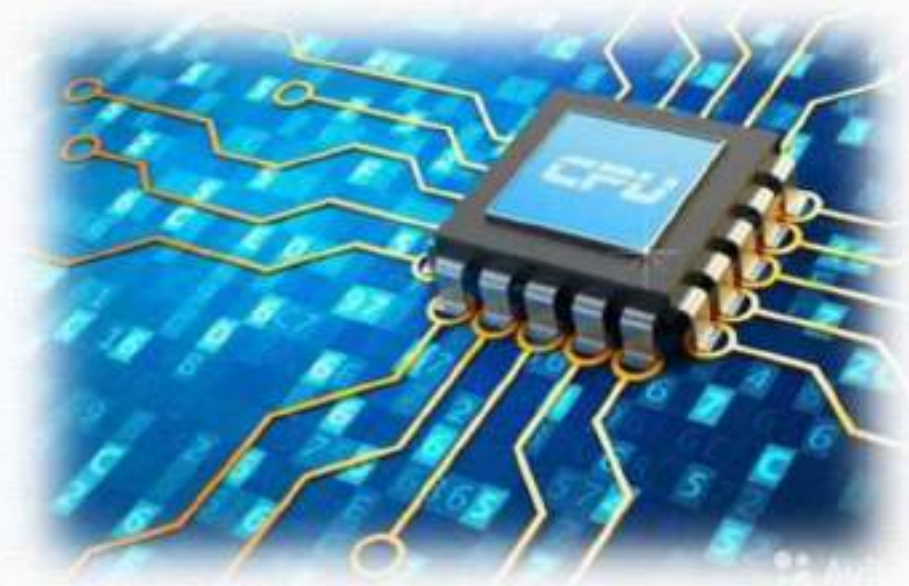
NP-полные задачи на графы и применение их в практической деятельности

Другим ярким примером NP-полной задачи на графы служит раскраска вершин графа в определенное число цветов, причем таким образом, чтобы никакие две одноцветные вершины не соединялись ребром. Также с этой задачей связана одна NP-трудная задача – это вопрос о минимальном количестве цветов раскраски вершин графа с аналогичным условием



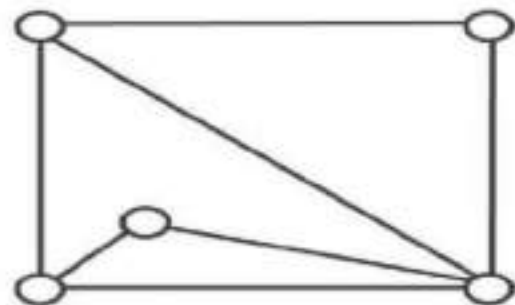
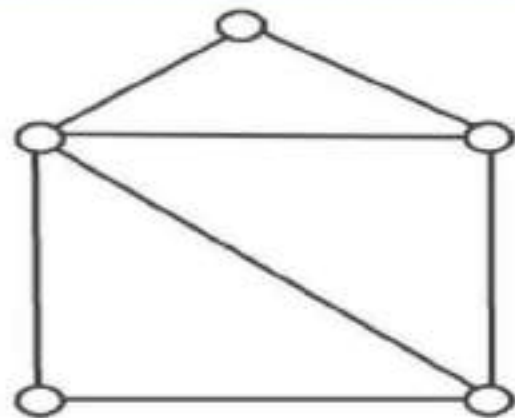
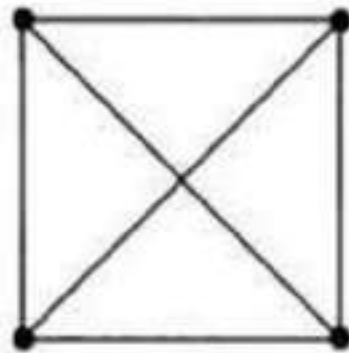
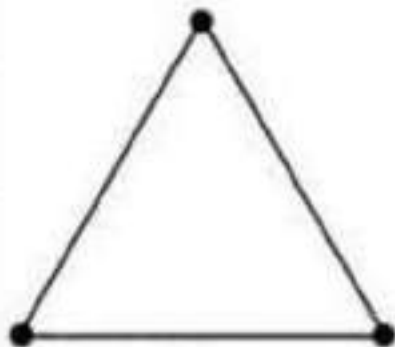
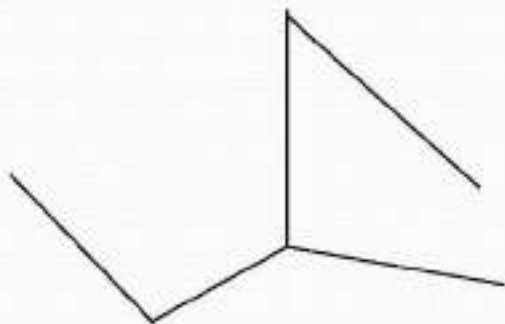
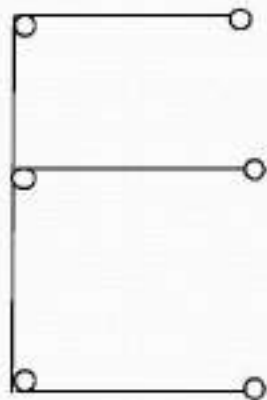
NP-полные задачи на графы и применение их в практической деятельности

Еще одной весьма известной NP-полной графовой задачей является поиск количества вершин в графе, никакие из которых напрямую не соединены ребром, эту задачу еще называют поиском независимого множества.



NP-полные задачи на графы и применение их в практической деятельности

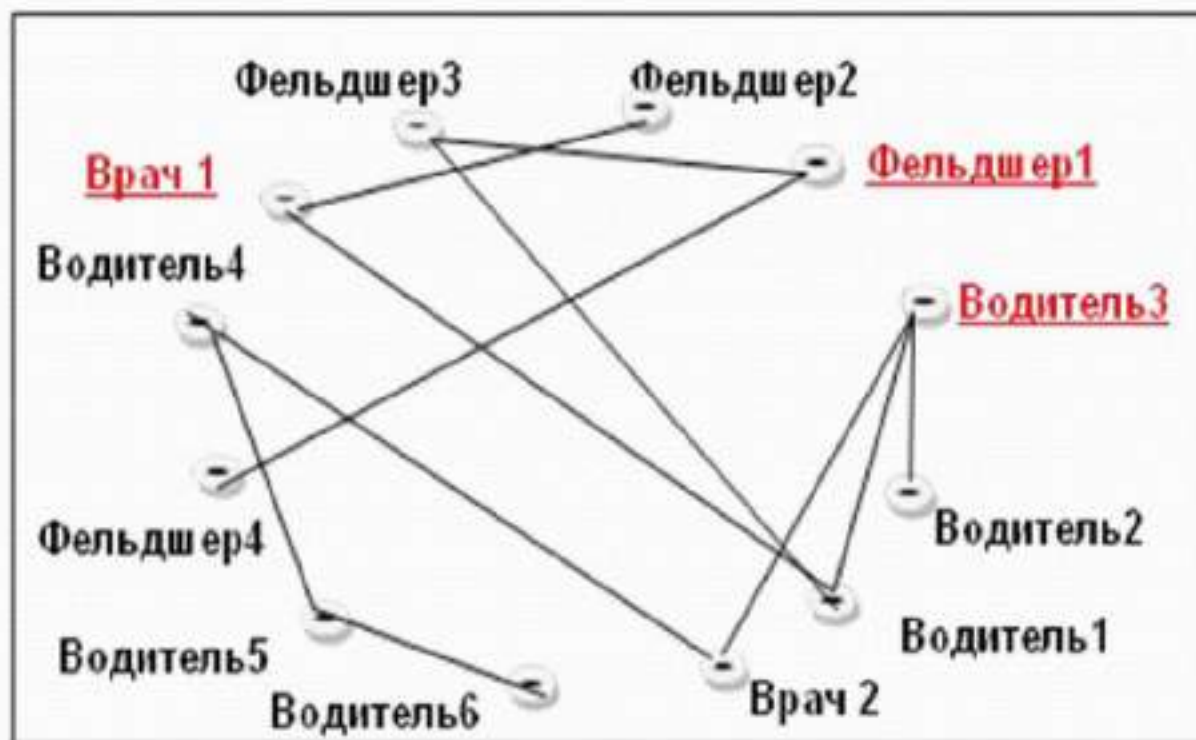
Более общей (универсальной) NP-полной задачей на графы является поиск изоморфного подграфа. Пусть у нас есть два графа, назовем их G и H . Необходимо определить, есть ли у графа G подграф, изоморфный графу H , или, наоборот, в графе H – подграф, изоморфный графу G . Такая задача часто применяется для решения более сложных задач.



NP-полные задачи на графы и применение их в практической деятельности

Предлагаем рассмотреть решение NP-полных задач на графы, с которыми мы можем столкнуться в своей практической деятельности.

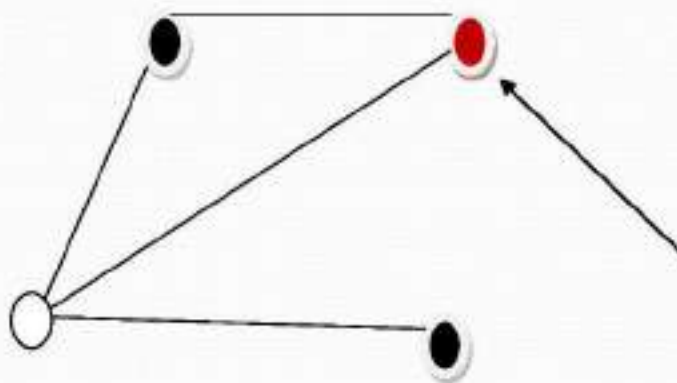
Предположим, в бригаду скорой медицинской помощи необходимо набрать не конфликтующих между собой врача, фельдшера и водителя.



Граф конфликтов

NP-полные задачи на графы и применение их в практической деятельности

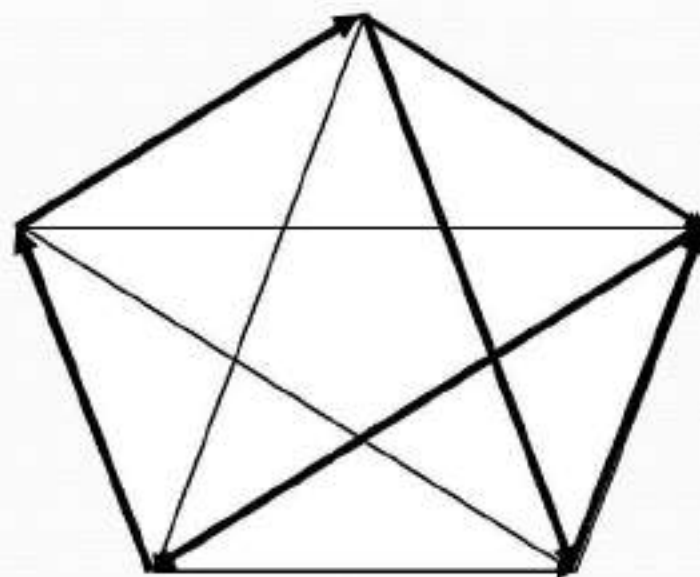
Задача: на олимпиаду по математике пришли 4 школьника, при этом некоторые из них знакомы между собой. Задача жюри – рассадить детей на нескольких партах таким образом, чтобы на каждой парте никакие двое школьников не были знакомы друг с другом. Нужно найти количество парт, которые понадобятся жюри.



Граф знакомств

NP-полные задачи на графы и применение их в практической деятельности

Решение следующей задачи возможно с помощью построения Гамильтонового цикла. Перед проведением Чемпионата мира по футболу Организационному комитету необходимо провести обследование 5 важных объектов в городе N. В городе N есть одна особенность – одностороннее движение транспорта по узеньким улочкам. В целях экономии времени возле каждого объекта нужно побывать ровно один раз и не более.



Граф дорог в городе N

Заключение

Проведенное исследование позволяет сформулировать следующие **выводы**:

1. NP-полные задачи активно используются в практической деятельности и поэтому поиск их полиномиального решения является в настоящее время одной из актуальных задач математической науки.

2. Считаем, что практически любая NP-полная графовая задача в случае решения найдет свое прямое практическое применение.

3. Решение NP-полной графовой задачи представляет собой некоторый универсальный алгоритм и ответ на задачу, которую возможно решить указанным алгоритмом, и это будет востребовано во многих сферах деятельности.



Заключение



Таким образом, NP-полные задачи активно используются в современном мире, но найти их полиномиальное решение весьма сложно. Данный процесс требует очень больших временных затрат и не найдет применения в программировании, так как у вычислительных машин нет интуиции и отсутствует способность к саморазвитию. Поэтому в дальнейшем мы намерены перейти к поиску алгоритмов для решения полиномиально разрешимых задач, чтобы такой алгоритм можно было использовать в области роботизированных (автоматизированных) механизмов.

Список использованных источников и литературы

1. Гарднер М. Математические досуги / под ред. Я.А. Смородинского. – М.: Мир, 1972. – 496 с., с илл.
2. Гуровиц В.М., Ховрина В.В. Графы. – М.: МЦНМО, 2008. – 32 с.
3. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Изд-во «Мир», 1982. – 416 с.
4. Березина Л.Ю. Графы и их применение: пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1979. – 143 с., ил.
5. Ловас Л., Пламмер М. Прикладные задачи теории графов. Теория паросочетаний в математике, физике, химии / перевод с англ. – М.: Мир, 1998. – 653 с., ил.
6. Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы / С.А. Генкин, И.В. Итенберг, Д.В. Фомин, И.С. Рубанов. – Киров: Изд-во «АСА», 1994. – 272 с.
7. Мельников О.И. Занимательные задачи по теории графов. – Минск, 2001. – 144 с.
8. Мельников О.И. Незнайка в стране графов: пособие для учащихся. – М., 2007. – 160 с.
9. Научная библиотека. Графы. URL: http://sernam.ru/book_e_math.php?id=33
10. Оре О. Графы и их применение. – М.: Изд-во «Мир», 1965. – 336 с.
11. Теоретический материал кружка творческой лаборатории «2×2».
12. Щеголева Л.В., Воронов Р.В. Построение дорожного графа для маршрутизации мобильного робота в замкнутой системе коридоров // Инженерный вестник Дона. – 2015. – № 3.

Спасибо за внимание!