

Третий тур олимпиады для 7-8 классов

Предпочтительная форма оформления работы – создание одного файла с решениями всех заданий, которые вы выполните (в том числе можно создать один файл из рукописных сканов работ). В этом случае за работу **начисляется один дополнительный балл**. Если, дополнительно, все решения, включая формулы, таблицы и другие необходимые для иллюстрации решения элементы, были набраны в текстовом редакторе (процессоре), то **начисляется еще один балл**.

Каждое задание само по себе вне зависимости от способа оформления оценивается из 6 баллов. В том числе **баллы снимаются за недостаточную строгость** обоснования даже при наличии правильного ответа. В некоторых задачах в качестве обоснования можно использовать текст компьютерной программы.

1. По каналу связи передаются сообщения, содержащие только семь букв:

А, Б, Г, И, М, Р, Я. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Кодовые слова для некоторых букв известны: А – 00, Б – 011, И – 100, Р – 101. Какое наименьшее количество двоичных знаков потребуется для кодирования слова ГАММА? Укажите коды всех оставшихся символов при этом.

2. Бывшие одноклассники встретились в метро. Между ними состоялся такой диалог:

– Сколько у тебя детей?

– Двое.

– Какой у них возраст?

– Сумма их лет равна квадрату количества станций метро в противоположном направлении движения.

– Этой информации мне недостаточно...

– Мальчик родился в прошлом веке, а девочка – в этом.

– Вот теперь я знаю ответ на свой вопрос.

Сколько лет детям?

3. В продаже имеются светодиодные индикаторы. Один из них может светиться только красным цветом, другой – только красным и оранжевым, третий – красным, оранжевым и желтым, четвертый – красным, оранжевым, желтым и белым и т.д. То есть каждый следующий светодиод (более дорогой) имеет новый дополнительный цвет. Кроме того, мы можем выстраивать индикаторы в линию в определенном нами порядке, и каждый из них может светиться одним из разрешенных цветов или не светиться (быть выключенным).

Сколько и каких индикаторов достаточно купить, потратив минимальную сумму денег, чтобы иметь возможность закодировать 2021 различное сообщение. Сколько всего сообщений можно получить с помощью выбранного набора?

Разным сообщениям может соответствовать разный порядок индикаторов, но по внешнему виду индикаторы не различимы. Например, если все три индикатора светятся красным, то, меняя их порядок, мы не можем получить новое сообщение. Ответ обосновать.

4. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразует её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

А) **заменить** (v, w). Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Например, выполнение команды заменить (111, 27) преобразует строку 05111150 в строку

0527150. Если в строке нет вхождений цепочки v , то выполнение команды заменить (v, w) не меняет эту строку.

Б) **нашлось** (v). Эта команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется. Дана программа для редактора:

```
ПОКА нашлось (111)
    заменить (111, 22)
    заменить (222, 11)
КОНЕЦ ПОКА
```

Известно, что исходная строка содержала более 100 единиц и не содержала других цифр. Укажите минимально возможную длину исходной строки, при которой в результате работы этой программы получится строка, содержащая минимально возможное количество единиц. Ответ обоснуйте.

5. Дорога в школу.

Вася живет в необыкновенном городе, где все улицы идут либо в направлении Север-Юг, либо в направлении Восток-Запад, так что улицы города либо параллельны, либо перпендикулярны друг другу. Чтобы прийти в школу, ему необходимо перейти две вертикальные и две горизонтальные улицы (см. рисунок). Ещё в этом городе заботятся о безопасности на дорогах, поэтому в местах пересечения улиц имеются по 4 подземных перехода. На схеме они обозначены серым цветом.

Школа										
	М		Л				Ж		Е	
	Н		К				И		Д	
	С		Р				В		Б	
	Т		П				Г		А	
										Дом

Вася ходит по кратчайшему пути, выбирая только два направления движения – север или запад. Условно говоря, можно считать, что он каждый раз перемещается из центра одной клетки на схеме в центр соседней по вертикали или горизонтали клетки. При этом улицу он пересекает только по подземному переходу (например, из клетки К он за два перемещения может попасть только в клетки Л или Н), а ни в какой клетке улицы, отличной от закрашенной, он вообще оказаться не может. Для разнообразия Вася старается каждый день хоть в чём-то менять маршрут.

Сколько дней он может это делать? Ответ обосновать. Определите также (можно без обоснования) сколькими способами можно прийти, не нарушая правила дорожного движения и правил перемещения Васи, из его дома до точек Б, И, С, Л соответственно.