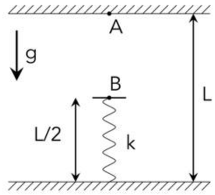
Задача №1

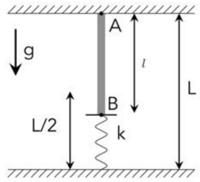
Для замыкания электрической цепи между точками A и B необходимо вставить резистор цилиндрической формыминимального сопротивления, причем площадь контакта равна S. Найдите значение этого сопротивления, если плотность материала резистора ρ_m, а его удельное сопротивление ρ_R. Ускорение свободного падения g, пружина жесткостью k $(k > \rho_m Sg)$ невесома. Расстояние от пола до потолка равно L, а длина пружины в недеформированном состоянии равна $L/2$.



Решение

Масса и сопротивление резистора равны

$$m = \rho_m lS,$$
$$R = \rho_R \frac{l}{S},$$



где l – длина резистора. В положении равновесия сила тяжести резистора будет уравновешена силой упругости пружины

$$\rho_m lSg = k\left(l - \frac{L}{2}\right).$$

Отсюда получим выражение для длины резистора

$$l = \frac{kL}{2(k - \rho_m Sg)},$$

тогда его сопротивление будет равно

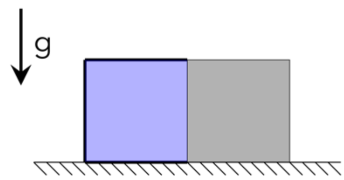
$$R = \frac{\rho_R kL}{2S(k - \rho_m Sg)}.$$

Ответ

$$R = \frac{\rho_R kL}{2S(k - \rho_m Sg)}$$

Задача №2

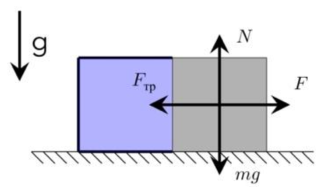
Тонкостенный сосуд выполнен в виде куба со стороной a в котором отсутствует одна боковая стенка. К сосуду вплотную приставлен сплошной куб тех же размеров так, что он полностью закрывает отверстие. Плотность сплошного куба равна плотности воды. Найдите коэффициент трения сплошного куба о поверхность стола, если он начинает движение при заполнении сосуда водой до краев через маленькое отверстие вверху сосуда.



Решение

Сила давления жидкости на боковую стенку равна

$$F = \frac{1}{2}mg,$$



где m – масса всей жидкости, которая равна массе бруска в силу равенства плотностей и объемов.

На брусок действуют сила тяжести, сила нормальной реакции опоры, сила трения и сила давления жидкости.Из условия отсутствия движения по вертикали

$$N - mg = 0.$$

По горизонтали движение только начинается, поэтому сумма сил также равна нулю

$$F - F_{тр} = 0.$$

Т.к. брусок начал движение, то сила трения является силой трения скольжения

$$F_{тр} = \mu N.$$

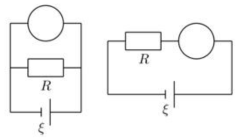
Решая совместно выписанные уравнения, получим

$$\mu = 1/2.$$

Ответ

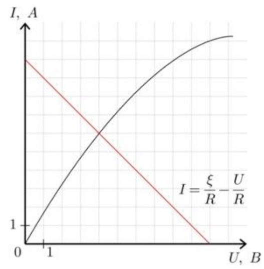
$$\mu = 1/2$$

Задача №3



На графике (см. рис. ниже) приведена вольтамперная характеристика (ВАХ) нелинейного элемента, подключенного в электрическую цепь сначала параллельно с резистором сопротивлением $R = 10$Ом, а второй раз последовательно.Напряжение идеального источника равно $\xi = 10$ В. Найдите отношение токов, текущих через нелинейный элемент в первом и втором случае.

Решение



В случае параллельного соединения напряжение на нелинейном элементе равно $\xi = 10$ В, тогда по графику ВАХ можем найти ток в первом случае$I_1 = 11$А. Для последовательного соединения получим

$$\xi = I_2 R + U,$$

где I_2 – ток во втором случае, U–напряжение на нелинейном элементе. Перепишем последнее выражение в следующем виде

$$I_2(U) = \frac{\xi}{R} - \frac{U}{R}.$$

В левой части стоит зависимость $I_2(U)$, график которой приведен ниже, а правая часть представляет собой уравнение прямой. Тогда, построив обе зависимости на одном графике, мы получим решение данного уравнения с помощью точки пересечения этих двух линий: $I_2 = 6$ А.

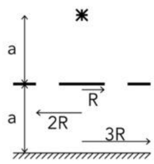
Окончательный ответ на задачу следующий

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{11}{6}.$$

Ответ

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{11}{6}$$

Задача №4



Точечный источник света находится на расстоянии a от ширмы, выполненной в форме диска с вырезом в виде кольца (см. рис. слева). На расстоянии a от ширмы расположен экран. Найдите площадь тени на экране, соответствующие размеры ширмы R, $2R$и $3R$ (см. рис. справа).

Решение

Построим лучи, идущие через крайние точки ширмы. Тогда по подобию получим, что все размеры тени будут в два раза больше размеров ширмы. Соответствующие размеры тени будут $6R$, $4R$ и $2R$.

Площадь тени будет равна

$$S = \pi(6R)^2 - \pi(4R)^2 + \pi(2R)^2 = 24\pi R^2.$$

Ответ

$$S = 24\pi R^2.$$

Задача №5

Распылитель, установленный на горизонтальной поверхности, брызгает мельчайшими каплями во все стороны с одинаковой начальной скоростью v, ускорение свободного падения g.Найдите:

1. На какой максимально высоте могут находиться капли, в том момент, когда они находятся от распылителя на расстоянии l по горизонтали ($l < v^2/g$).
2. Уравнение границы области, куда долетает хотя бы одна капля?

Решение

Уравнение траектории для капли, вылетающей под некоторым углом αк горизонту в плоскости XY:

$$y(x) = -\frac{gx^2}{2v^2} tg^2\,\alpha + x\,tg\,\alpha - \frac{gx^2}{2v^2}.$$

Рассмотрим данную функцию как функцию только от $tg\alpha$, т.е. зафиксируем значение x. Тогда максимум yдостигается при

$$tg\,\alpha_{\text{в}} = -\frac{x}{2\left(-\frac{gx^2}{2v^2}\right)} = \frac{v^2}{gx},$$

а соответствующий максимум yравен

$$y_{max}(x) = \frac{v^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v^2}.$$

При $x = l$получаем

$$y_{max}(l) = \frac{v^2}{2g} - \frac{gl^2}{2v^2}.$$

Ответ

1. $y_{max}(l) = \frac{v^2}{2g} - \frac{gl^2}{2v^2}$.
2. $y_{max}(x) = \frac{v^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v^2}$