

09 декабря

"О цепных дробях"

Ф. Клейн

$$(a, q) = 1$$

$$a_0 \in \mathbb{Z}$$

$$a_i \in \mathbb{N}$$

$$a = \left[\frac{a}{q} \right]$$

$$\frac{a}{q}$$

$$\frac{a}{q} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \dots + a_n}} = [a_0; a_1, a_2, \dots, a_n]$$

преобразование и эквивалентно

$$a_n \geq 2$$

$$a_n = a_{n-1} + \frac{1}{1}$$

$$\frac{a}{q} = b_0 - \frac{1}{b_1 - \frac{1}{b_2}}$$

$$b_0 = \left\lceil \frac{a}{q} \right\rceil$$

$$a = qQ + R \quad (2)$$

$$-q < R \leq 0$$

$$\frac{a}{q} = [b_0; b_1, b_2, \dots, b_t]$$

О Гейлсманн

$$(a, q) = 1$$

$$\alpha = \frac{a}{q}$$

$$\alpha > 0$$

Ит ээб ме картине
я нарисован цепь Фроб (2)
(с минусами)

$$y = \alpha x$$

Фроб. после цепь Фроб
на K_+ совпадает
с после подхвата
Фроба α -
линей (2)

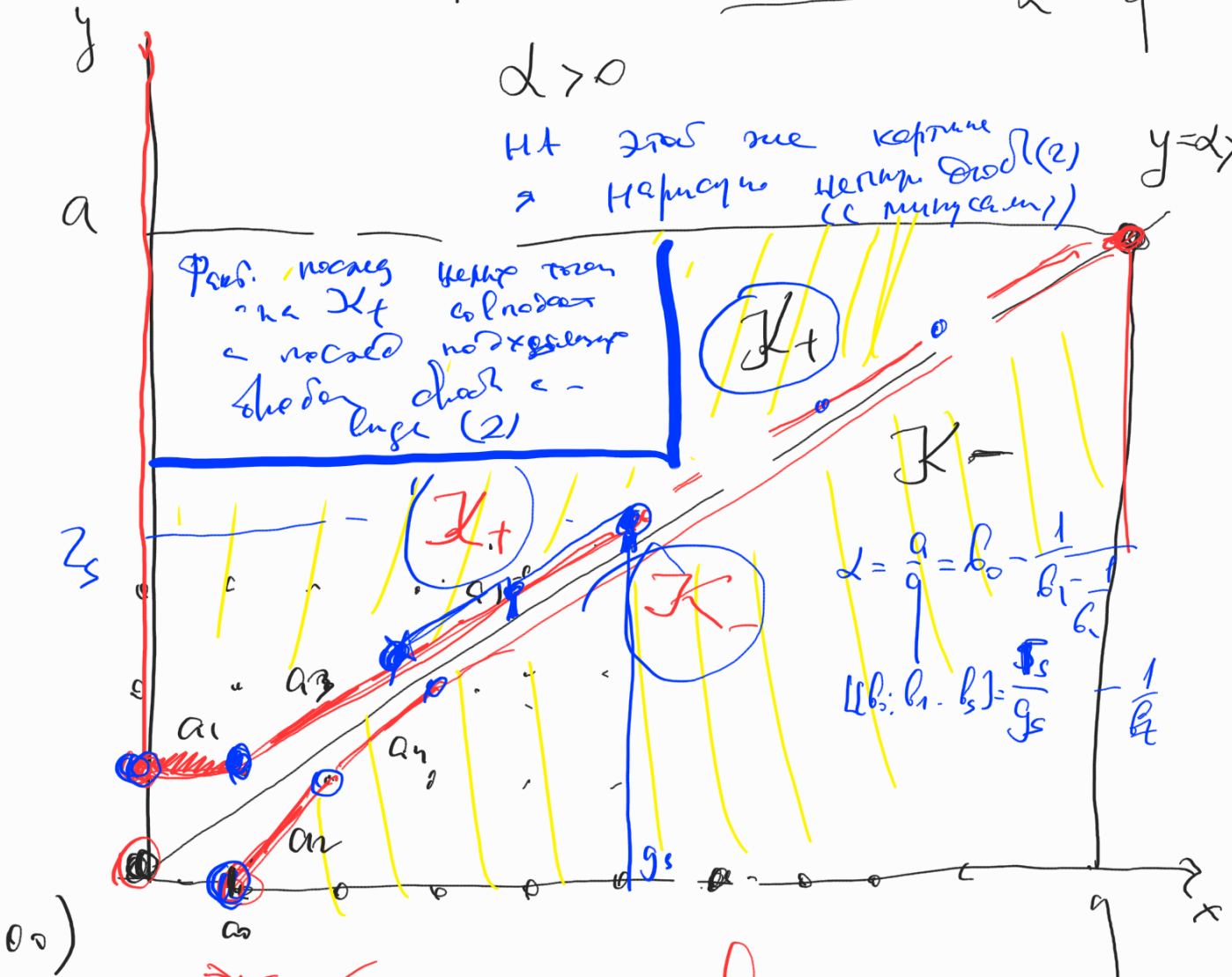
K_+

K_-

$$\alpha = \frac{a}{q} = b_0 - \frac{1}{b_1 - \frac{1}{b_2 - \frac{1}{\ddots}}}$$

$$[b_0; b_1, b_2] = \frac{b_2}{b_1 b_2}$$

$$1/b_2$$



~~Тер~~

Есн Вершин

Есн не ме

Тыт не уанне

НО НЕ

Вершин

Тер.

1) Вершин K_+ и K_- или $b_n(q, p_n)$

где (q, r) - подходящие
 числа $\text{fmod}(1)$.

2)

На K_+ расставить все
 вершины, индуцируемые a_{2t+1}
 методом.



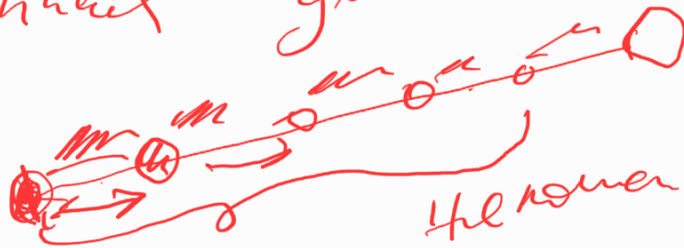
сторона I_+

сторона K_+

Послед
 ненулевые даны
 для I равны

$a_1, a_3, a_5, \dots$

Ненулевая группа:



ненулев даны.

3)

I_-

$a_0, a_1, a_2, \dots$

основ ненулевых
 ненулевых даны сторона I_-

для $c +$ (одна)

$$a = qQ + R \quad 0 \leq R < Q$$

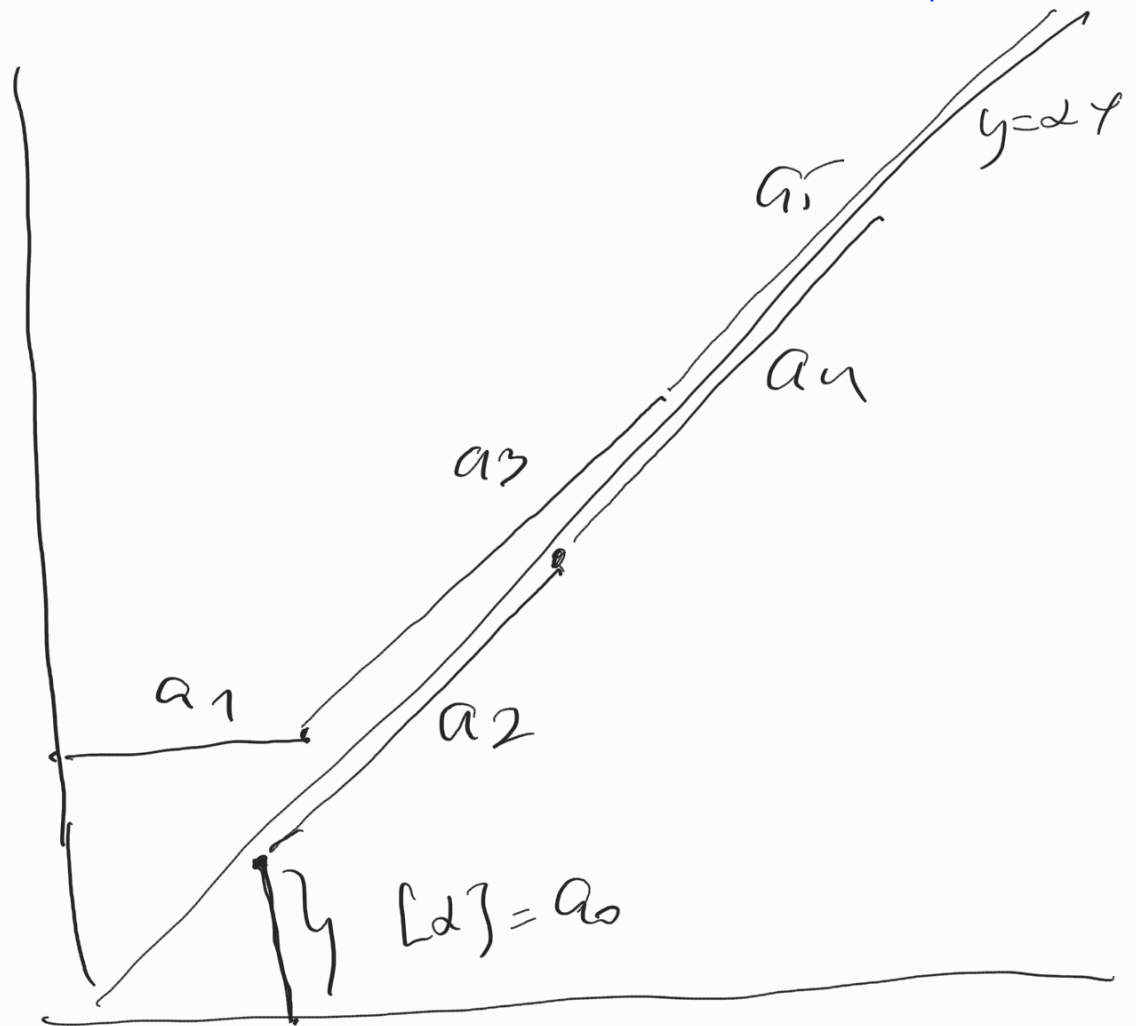
для $c -$

$$a = qQ' + R' \quad -Q < R' \leq 0$$

для "отрицательных"

$$a = qQ'' + R'' \quad R'' \text{ — минимальное}$$

$$|R''| \leq q/2$$



Группа двух точек

$$\begin{pmatrix} p_{n+1} \\ q_{n+1} \end{pmatrix} = a_{n+1} \begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p_{n-1} \\ q_{n-1} \end{pmatrix}$$

Бонус

как на $\mathbb{Z}_+$

определяет эти две переменные.

diagram
 polyhedron
 perpendicular
 a_{2t}
 a_{2t-1}
 a_{2t+1}
Трап
 — корб иоуу па
 определете a_{2t}
 в абон попутиху
 perpendicular

Теорема Корнана: все целые x, y, z удовлетворяющие уравнению $x^2 + y^2 + z^2 = 0$ равны нулю.

Kan y Hepher $\text{ghod } c + (1)$
 rom 20 Hepher $\text{ghod } c -$
 bya (2) ?

Через цепные дроби с — Фробениуса

$$(a, b) = 1 \quad ax + by \quad x, y \in \mathbb{Z}$$

$$f(a, b) = \min \{ z \mid \text{ne nicht negatives } z, \text{ mit } ax + by = z \}$$

$$x, y \in \mathbb{Z}_+$$

$$0, 1, 2, \dots$$

Теорема Андерсе

$$f(a,b) = a - \frac{a-b}{\text{max}} \text{ или } \frac{a+b}{2}$$

$$(a,b,c) = 1$$

$f(a,b,c) \in \mathbb{Q}$ или $\mathbb{R}$
 непрерывная функция

Perron Lehrbuch 1920er
 der Kettenbrüche

Хансен "Theorie der Kettenbrüche"

Hensley "Continued fractions"
 (a,b)=1

$$\frac{a}{b} = a_0 + \frac{\varepsilon_1}{a_1 + \frac{\varepsilon_2}{a_2 + \dots + \frac{\varepsilon_k}{a_k}}}$$

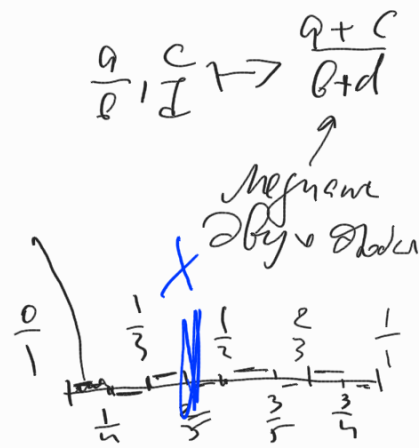
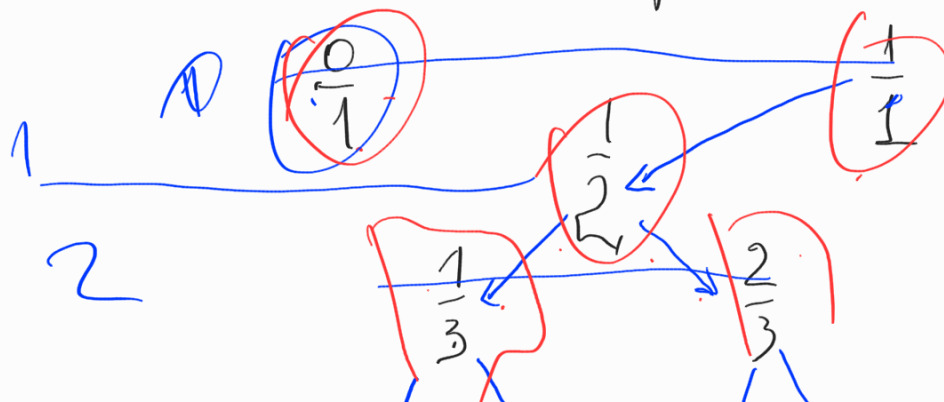
1) $a_i \in \mathbb{N}$
 2) $a_i \geq 2$
 3) $\varepsilon_i \in \{-1, 1\}$ 4) Если $a_i = 1$ то $\varepsilon_{i+1} = +1$

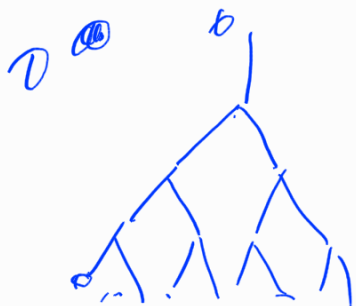
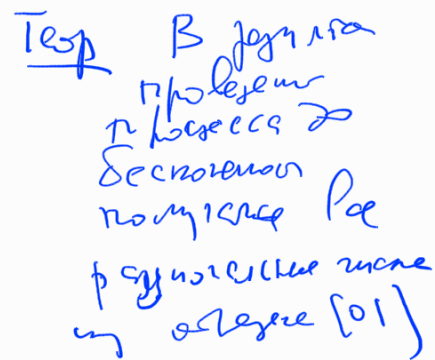
Задача: существуют ли такие
 функции f и g такие
 что?

(Теорема Вейля)

Э. Хадвичка.

Дерево Фейер или как получить
 все возможные значения.





Вопрос. Как (с помощью одноклеточной клетки) достичь окислительного

n - π system 

YH. $\{ \in n$ - π system $\Leftrightarrow$

$\{ = [0; a_1 \quad a_2] \quad a_1, a_2, \dots$

учене, нисхододелување
и с н-роч
учавање дојдеа фактот

Obstbaum bei ypho gefelt für 20 n. 25

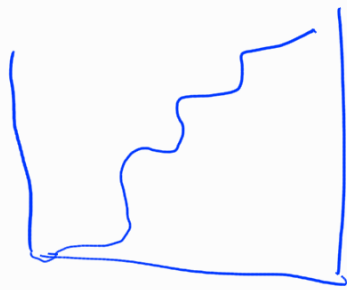
$$\{ = [0, a_1, \dots, a_n] \} \quad a_1 + \dots + a_n \leq n+1$$

$$\chi \in [0,1] \quad \# \{ \xi : -b \text{ has } \leq n \text{ solutions} \} = 2^n + 1$$

{ : } ≤ X — || — }

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\# \{z \leq x \mid \text{order}(z) \leq n\}}{2^n + 1} = ?(x)$$

Bohrer - ~~physik~~ ~~chemie~~



$$f(0) = 0 \quad f(1) = 1$$

das sind 2
separate f-ten

für uns
unwesentlich

in $\mathbb{R}$ oder $\mathbb{Q}$ oder $\mathbb{N}$

in $\mathbb{R}$ oder $\mathbb{Q}$ oder $\mathbb{N}$ herleiten $\in [0,1]$

$$f\left(\frac{a+c}{b+d}\right) = \frac{1}{2} f\left(\frac{a}{b}\right) + \frac{1}{2} f\left(\frac{c}{d}\right)$$

n. Behauptung $\frac{1}{2}$

Dann gilt: $\forall \lambda \in (0,1)$

Annehmen
 $g_\lambda(x)$

$$g_\lambda(0) = 0$$

$$g_\lambda(1) = 1$$

Beweis: Behauptung $\frac{1}{2}$

das sind 2
separate f-ten

$$g_\lambda\left(\frac{a+c}{b+d}\right) = \lambda g\left(\frac{a}{b}\right) + (1-\lambda) g\left(\frac{c}{d}\right)$$

$$f(x) = g_{\frac{1}{2}}(x)$$

$$\lambda = \frac{5x+1}{2}$$

Es sei $\lambda = \frac{1}{2}$

$$g_\lambda(x)$$

Test: Annahme
 $g_\lambda(x)$

- n. Behauptung f-ten
zusammenfassen

$$g_{\frac{1}{2}}(x) = \lim_{n \rightarrow \infty}$$

$$\frac{\# \left\{ \frac{a}{b} \in [0, x] : \text{сумма } n_1 \leq n+1 \right\}}{\# \left\{ \frac{a}{b} \in [0, 1] : \text{сумма } n_1 + n_2 \leq n+1 \right\}}$$

$$g_{\frac{2}{3}}(x) = \lim_{n \rightarrow \infty}$$

$$\frac{\# \left\{ \frac{a}{b} \in [0, x] : b_1 + \dots + b_t \leq n+1 \right\}}{\# \left\{ \frac{a}{b} \in [0, 1] : b_1 + \dots + b_t \leq n+1 \right\}}$$

Продолжение 3-х элементов:

$$\forall q \exists a (a, q) = 1 \text{ тогда } v$$

$$\frac{a}{q} = [a_0; a_1, \dots, a_t]$$

$a_j \leq 5$

Задание Доказать $\forall q \exists a (a, q) = 1$

Тогда, в $\frac{a}{q} = [b_0; b_1, \dots, b_t]$

$b_j \leq 5$

1200 по 1000000.