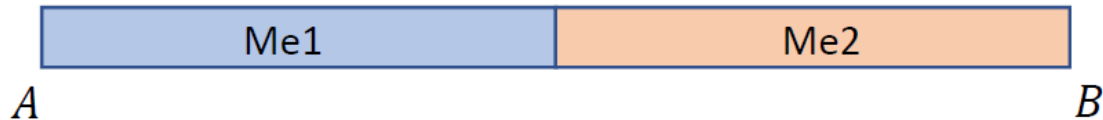




Задача 1 Два цилиндрических стержня одинакового радиуса и длины 0,5 м каждый, изготовленные из разных металлов, спаяны своими торцами (см. рис). Боковую поверхность стержней теплоизолируют, свободный конец А первого стержня поддерживается при температуре 0°C , свободный конец В второго стержня при температуре 100°C . Температура спая через некоторое время становится равной 60°C и далее не изменяется. Дайте обоснованные ответы на следующие вопросы:

- На каком расстоянии от точки А находится точка, температура в которой 70°C ?
- Какие длины должны иметь стержни из таких же материалов, чтобы после их спайки торцами получился стержень длиной 1 м, а температура спая при тех же температурах торцов и теплоизоляции боковой поверхности стала равной 80°C ?



Решение. В установившемся режиме тепловой поток в каждом сечении одинаков, количество теплоты, пришедшее к каждой точке за единицу времени от горячего конца, равно количеству теплоты, ушедшей к холодному. Величина теплового потока не изменяется на спаяе и в каждом стержне пропорциональна разности температур на единицу длины, коэффициент пропорциональности λ зависит от материала стержня (закон Фурье).

В каждом стержне температура линейно зависит от расстояния от спая. Так как в горячем стержне общий перепад 40°C , точка, о которой идет речь в п. а) лежит на $1/4$ длины стержня от спая, то есть на расстоянии 62.5 см от точки А.

По условию отношение коэффициентов теплопроводности стержней $\lambda_1/\lambda_2 = 2/3$. Обозначим температуру холодного конца T_1 , горячего — T_2 , спая — T_c , длины стержней l_1 и l_2 . Имеем:

$$\lambda_1 \frac{T_c - T_1}{l_1} = \lambda_2 \frac{T_2 - T_c}{l_2}$$

Подставляя $T_1 = 0^{\circ}\text{C}$, $T_2 = 100^{\circ}\text{C}$, $T_c = 60^{\circ}\text{C}$, $\lambda_1 = 2/3\lambda_2$, получаем $l_1/l_2 = 8/3$, то есть $l_1 \approx 73$ см, $l_2 \approx 27$ см.

Ответ а) 62.5 см, б) 73 и 27 см.

Задача 2. В городе М действует ограничение скорости движения автомобилей 80 км/ч, причем все водители его неукоснительно соблюдают. Также в городе М много пробок на дорогах, так что средняя поездка протяженностью 30 км занимает 45 минут. Оцените как можно точнее сверху изменение продолжительности средней поездки, если длина маршрута и время, затраченное на пробки, не изменятся, а ограничение скорости составит 50 км/ч? Превышение разрешенной скорости недопустимо. Ответ дайте в процентах от исходного значения продолжительности поездки.

Решение Средняя скорость движения до изменения скоростного режима $30/0.75=40$ км/ч, так что для тех, кто не стоит в пробках ничего не изменится. Понятно, что сильнее всего изменение будет при таком режиме движения, когда автомобиль либо движется с максимально разрешенной скоростью, либо неподвижно стоит в пробке.

Найдем время в пробке:

$$\tau = T_1 - \frac{L}{V_1},$$

L — длина маршрута, V_1 и T_1 — максимальная скорость и время поездки до изменений.

После изменений время поездки составит (V_2 и T_2 — максимальная скорость и время поездки в этом случае)

$$T_2 = \frac{L}{V_2} + \tau = T_1 + \frac{L}{V_2} - \frac{L}{V_1}$$

Относительное изменение:

$$\varepsilon = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{L(V_2 - V_1)}{T_1 V_1 V_2} = 30\%$$

Ответ: 30%.

Задача 3 По информации СМИ 3 июля 2020 года произошла внеплановая корректировка орбиты Международной космической станции (МКС), в результате чего скорость станции изменилась на 0,5 м/с, а радиус орбиты увеличился на 900 м. Масса МКС 420 т, радиус Земли 6400 км, ускорение свободного падения 10 м/с².

А. Оцените энергию, необходимую для такого маневра.

Б. Какое расстояние сможет проехать автомобиль, затратив эту энергию, если двигатель автомобиля развивает мощность 70 кВт, а его скорость неизменна и составляет 90 км/ч?

Решение Будем считать, что орбита МКС круговая, как до корректировки, так и после нее. Центробежное ускорение создается силой тяжести:

$$m \frac{v^2}{R} = G \frac{mM}{R^2},$$

где m, M — массы станции и Земли, G — гравитационная постоянная, v — скорость станции, R — радиус орбиты. Для орбиты на высоте d над поверхностью Земли имеем

$$\frac{mv^2}{R_0 + d} = mg \frac{R_0^2}{(R_0 + d)^2}, \quad (1)$$

R_0 — радиус Земли, $g = GM/R_0^2$ — ускорение свободного падения на поверхности Земли. Таким образом,

$$v^2 = \frac{gR_0^2}{R_0 + d},$$

то есть чем выше орбита, тем ниже скорость, значит при совершении указанного маневра скорость уменьшилась.

Известно, что МКС находится на околоземной орбите, так что будем считать, что при совершении маневра ускорение свободного падения для нее меняется незначительно, причем оно мало отличается от своего значения у поверхности Земли. Искомая работа равна изменению полной механической энергии:

$$E = \frac{m(v + \Delta v)^2}{2} + mg(H + \Delta H) - \left[\frac{mv^2}{2} + mgH \right] \approx mv\Delta v + mg\Delta H.$$

По условию $|\Delta v| = 0.5$ м/с, что много меньше первой космической скорости, с которой тела движутся на околоземной орбите. Относительная малость изменения скорости позволяет сделать показанное приближение. Значение первой космической скорости находится из уравнения (1) при $d = 0$: $v_I = \sqrt{gR_0} = 8$ км/с.

Как показано выше $\Delta v < 0$, таким образом

$$E = m \left(g\Delta H - |\Delta v| \sqrt{gR_0} \right) = 2.1 \cdot 10^9 \text{ Дж.}$$

Для ответа на второй вопрос найдем время работы двигателя автомобиля T (N — мощность)

$$E = NT$$

и вычислим искомое расстояние:

$$L = VT = \frac{VE}{N}$$

Подставляя скорость автомобиля $V = 25$ м/с находим $L = 750$ км.

Ответ: $2.1 \cdot 10^9$ Дж; 750 км.