

Задача 1

Все четырёхбуквенные слова, составленные из букв Р, Е, К, А, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1. Начало списка: 1. АААА, 2. АААЕ, 3. АААК, 4. АААР, 5. ААЕА ...

Под каким номером в списке идёт первое слово, в котором нет буквы А?

Задание со вводом ответа

Ответ: 86

Решение:

Эту задачу можно решать двумя способами. Заметим, что искомое слово ЕЕЕЕ. Тогда можно выписать все слова в порядке возрастания до искомого и посчитать, но этот способ очень долгий и в нём легко ошибиться.

Этот способ можно оптимизировать заметив, что первая буква Е. Значит, что можно пропустить все слова, начинающиеся на букву А. Посчитать количество слов начинающихся на А довольно просто, для этого надо понять, что в любом из оставшихся мест может стоять любая из 4 букв, а это $4 * 4 * 4$ вариантов, так как порядок букв нам не важен. Итого 64 слова, которые начинаются на А. Но эти размышления наталкивают нас на быстрое решение: Если представить каждую букву, как число от 0 до 3, и посчитать в четверичной системе счисления, то мы и найдём ответ на задачу, заметим, что нас интересует ЕЕЕЕ, которое обозначится как 1111 в четверичной системе счисления. Тогда при переводе в десятичную систему счисления получим $1111_4 = 1 * 4^0 + 1 * 4^1 + 1 * 4^2 + 1 * 4^3 = 85$. Остаётся заметить, что АААА = 0000 имеет номер 1. Значит к ответу необходимо добавить 1. Итого ответ равен 86.

Задача 2

Автомат получает на вход два трехзначных числа без ведущих нулей. По этим числам строится новое число по следующим правилам.

1. Вычисляются три числа – сумма старших разрядов заданных трехзначных чисел, сумма средних разрядов этих чисел, сумма младших разрядов.

2. Полученные три числа (без ведущих нулей) записываются друг за другом в порядке невозрастания. Отметьте те числа, которые могут быть результатом работы автомата.

- 1) 151303
- 2) 161410
- 3) 191615
- 4) 16123
- 5) 210
- 6) 111
- 7) 12101

Задание со множественным выбором

Ответ: 2 4 5 7

Решение:

В данной задаче надо рассмотреть каждый из случаев и проверить, что он удовлетворяет каждому условию. Так как нам нужно не строить эти числа, а проверить их на возможность, то можно переформулировать условия, для удобства:

1. Число разбивается на три числа
2. Эти числа лежат в диапазоне от 0 до 18 (так как это сумма 2 цифр), а одно из чисел в диапазоне от 2 до 18, так как число без ведущих 0.
3. Эти числа должны быть упорядочены по невозрастанию.

Дальше будем рассматривать каждый из вариантов:

1. Число имеет 6 цифр, значит, имеет однозначное разбиение (наши числа от 0 до 18, значит имеют один или 2 разряда). 15 13 03, но 03 не может быть суммой, так как содержит ведущий 0. Значит этот вариант не является ответом.
2. Число имеет 6 цифр, значит, имеет однозначное разбиение: 16, 14 и 10. Каждая из этих сумм возможна и числа лежат в порядке невозрастания, значит это верный ответ.
3. Число имеет 6 цифр, значит, имеет однозначное разбиение: 19, 16 и 15. Заметим, что в данном случае первое число равно 19, что невозможно получить суммой двух цифр, значит ответ невозможен.
4. Число имеет 5 цифр, и его можно разбить тремя способами:

- a. 1, 61 и 23
- b. 16, 1 и 23
- c. 16, 12 и 3

Способ а. и б. не подходят, так как в них есть недопустимые суммы 61 и 23. А третий способ удовлетворяет всем условиям, значит оно является ответом.

- 5. Число имеет 3 цифры, значит, имеет однозначное разбиение: 2, 1 и 0. В данном случае выполняются все условия, значит число подходит.
- 6. Число имеет 3 цифры, значит, имеет однозначное разбиение: 1, 1 и 1. Данное число не подходит по второму пункту, так как в нём отсутствует хотя бы одно число, которое лежит в диапазоне от 2 до 18, значит, что одно из чисел содержало ведущий 0, что недопустимо по условию, значит данное число не является ответом.
- 7. Число имеет 5 цифр, и его можно разбить тремя способами 12101:
 - a. 1, 21 и 01
 - b. 12, 1 и 01
 - c. 16, 10 и 1

Способ а. и б. не подходят, так как в них есть недопустимые суммы 21 и 01. А третий способ удовлетворяет всем условиям, значит оно является ответом.

Задача 3

Автомобильный номер в некоторой стране состоит из одной первой буквы (используется 25-символьный алфавит) и трех десятичных цифр, которые все три одновременно не могут быть нулями или шестерками. Сколько различных номеров при этом можно сделать?

Задание со вводом ответа

Ответ: 24950

Решение:

Данную задачу можно решать по частям. Давайте решим часть только с цифрами, если бы в задаче не было ограничений, то всего были бы возможны 1000 вариантов от 000 до 999, но в задаче запрещены варианты 000 и 666, значит из 1000 остаётся 998 вариантов. А теперь можно объединить с буквами. Заметим, что для каждой

буквы возможен один из 998 вариантов цифр, значит ответом на задачу будет $998 * 25 = 24950$.

Задача 4

Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её.

Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

А) заменить (v, w). Эта команда заменяет в строке первое вхождение цепочки v на цепочку w .

Б) нашлось (v). Эта команда проверяет вхождение цепочки v в строке.

Ниже приведена программа для исполнителя Редактор.

```
ПОКА нашлось (19) ИЛИ нашлось (299) ИЛИ нашлось (3999)
```

```
    заменить (19, 2)
```

```
    заменить (299, 3)
```

```
    заменить (3999, 19)
```

```
КОНЕЦ ПОКА
```

На вход этой программе подаётся строка, состоящая из цифры 1, за которой следуют 100 идущих подряд цифр 9. Какая строка получится в результате применения программы к этой строке? В ответе запишите полученную строку.

Задание со вводом ответа

Ответ: 399

Решение:

При решении таких задач вначале ищется цикл. Давайте будем означать последовательности следующим образом вначале цифра, а потом в скобках будет указываться количество раз, которое она повторяется. Изначально дана последовательность:

1(1)9(100) после первого цикла (в него мы заходим, так как нашлось 19) выполнятся все 3 условия:

2(1)9(99) выполнилось условие заменить (19, 2)

3(1)9(97) выполнилось условие заменить (299, 3)

1(1)9(95) выполнилось условие заменить (3999, 19). Заметим, что в данном случае исчезает всего две 9, но для выполнения этого условия необходимо наличие 3 девяток. Дальнейшие шаги можно ускорить, так как наша последовательность

стала похожа на начальную, но с меньшим количеством девяток. За одну итерацию цикла количество девяток уменьшается на 5. Но из-за последнего шага надо помнить, что для каждой итерации цикла нам необходимо 6 девяток. Тогда сделаем ускорим всё, кроме последнего шага, который разберём по порядку:

1(1)9(95) уберём все девятки до 5:

...

1(1)9(5)

2(1)9(4) выполнилось условие заменить (19, 2)

3(1)9(2) выполнилось условие заменить (299, 3)

Заметим, что следующий шаг невозможен.

Остаток и является ответом на задачу. 399.

Задача 5

Какие из следующих высказываний являются отрицанием следующего утверждения:

“Я пройду в третий тур олимпиады при условии правильного выполнения трех заданий второго тура”

- 1) Я не пройду в третий тур олимпиады при условии правильного выполнения трех заданий второго тура
- 2) Я пройду в третий тур олимпиады при условии неправильного выполнения трех заданий второго тура
- 3) Я не пройду в третий тур олимпиады при условии неправильного выполнения трех заданий второго тура
- 4) Я не выполню правильно три задания второго тура, но в третий тур олимпиады пройду
- 5) Я выполню правильно три задания второго тура, но в третий тур олимпиады не пройду
- 6) Я не выполню правильно три задания второго тура и в третий тур олимпиады не пройду

Задание со множественным выбором

Ответ: 5

Решение:

Данная задача на построение логических выражений. Для начала необходимо преобразовать исходное выражение в логическую форму:

У нас есть 2 условия и связка между ними. Связка при условии является импликацией (следствием). Тогда если выражение «Я пройду в третий тур олимпиады» обозначить за **B**, а выражение «правильного выполнения трех заданий второго тура» за **A**, то формула примет вид:

$$A \rightarrow B$$

А отрицание будет выглядеть как:

$$\overline{A \rightarrow B}$$

Теперь преобразуем логическое выражение:

$$\overline{A \rightarrow B} = \overline{\overline{A} \vee B} = A \wedge \overline{B}$$

Перейдём к формулировке на русском языке. Построим отрицание выражения **B**: «Я не пройду в третий тур олимпиады». Выражение **A** остается неизменным: «три задания второго тура выполнены правильно». Между этими высказываниями должна быть логическая связка, соответствующая конъюнкции. Для ее высказывания можно, например, использовать союзы «и», «а», «но» и нельзя – логические связки, соответствующие импликации (в том числе «при условии»). Поэтому правильный ответ только №5.