

Третий тур олимпиады для 7-8 классов

Предпочтительная форма оформления работы – создание одного файла с решениями всех заданий, которые вы выполните (в том числе можно создать один файл из рукописных сканов работ). В этом случае за работу **начисляется один дополнительный балл**. Если, дополнительно, все решения, включая формулы, таблицы и другие необходимые для иллюстрации решения элементы, были набраны в текстовом редакторе (процессоре), то **начисляется еще один балл**.

Каждое задание само по себе вне зависимости от способа оформления оценивается из 6 баллов. В том числе **баллы снимаются за недостаточную строгость** обоснования даже при наличии правильного ответа. В некоторых задачах в качестве обоснования можно использовать текст компьютерной программы.

1. Дата 2 октября 2001 года, записанная как дата в формате MMDDYYYY, является палиндромом (одинаково читается как слева направо, так и справа налево): 10/02/2001, т.е. “10022001”.

Какая дата являлась палиндромом в этом формате перед этой? Ответ обосновать.

2. Во многих компьютерных играх используется клетчатое прямоугольное поле. Пусть такое поле имеет размер N строк и M столбцов. Фишка может передвигаться по клеткам, за один ход перемещаясь по горизонтали, вертикали или диагонали в соседнюю клетку. Назовем клетку граничной, если одна из ее сторон лежит на границе прямоугольника. Всего таких клеток $2(N + M) - 4$. Назовем клетку центральной, если максимальное расстояние от нее до граничной клетки минимально возможно. Например, поле 3×3 имеет 8 граничных и одну центральную клетку. Запишите формулу, определяющую количество центральных клеток в поле размера $N \times M$, где для определенности $N \leq M$. В формуле можно использовать арифметические операции $+$, $-$, $*$, $/$, но операция деления должна быть целочисленной. Кроме того, при необходимости можно использовать операцию $\%$ – остаток от деления, а также функции \max и \min (находящие соответственно максимум или минимум среди своих параметров).

Если вы не можете записать общую формулу, то приведите различные формулы для различных случаев. Чем меньше формул у вас получится, тем выше будет балл за задачу.

3. Расшифруйте следующий текст, объяснив, как вы это сделали.

ожижрул ржйму, зжджрумл! зянварь-бгжолу бяинпумл! у вжидугя ю аай, у зжугя ю аай, ел зжвуьмл длею а джк зжйглоеук хяй!

(привести абзац, закодированный шифром замены. Он должен содержать достаточное количество коротких в 1-3 буквы слов)

4. Исполнитель может выполнять следующие команды над строкой из латинских маленьких и больших букв:

- 1) Заменить букву S на строку aSBC
- 2) Заменить букву S на строку abC
- 3) Заменить bB на bb
- 4) Заменить bC на bc

- 5) Заменить сС на сс
- 6) Заменить СВ на ВС

Изначально строка состоит из одной буквы S. Ее исполнитель заменяет по правилу 1 или 2 случайным образом. Исполнитель выполняет эти операции, пока в строке есть хотя бы одна большая буква. Может ли он в результате получить строку:

- а) abc
- б) aabcc
- в) aabbcc
- г) aaccbb

Какие вообще строки могут получиться? Ответ в каждом из случаев обосновать.

5. Перестановки из чисел $1, 2, \dots, n$ принято упорядочивать *лексикографически*. При сравнении двух перестановок меньшей будет та, у которой на первом месте будет меньшее число. Если числа в первой позиции у обеих перестановок одинаковы, сравниваются вторые числа. Если же и они равны, сравниваются третьи, и так далее. Например, $(2,1,3) < (2,3,1)$.

- 1) Для перестановки 2 1 5 3 4 6 7 найдите предыдущую в лексикографическом порядке (1 балл)
- 2) Опишите словами алгоритм получения предыдущей перестановки по текущей (2 балла)
- 3) Приведите текст программы, реализующей описанный алгоритм (3 балла)