

**«Формула для извлечения
приблизительного значения корня
из целого числа, без
использования калькулятора»**

Исследовательскую работу подготовил ученик 11
класса Щёлковской гимназии №6

Каландадзе Давид Владимирович

Научный руководитель:

Решетникова Гайя Григорьевна

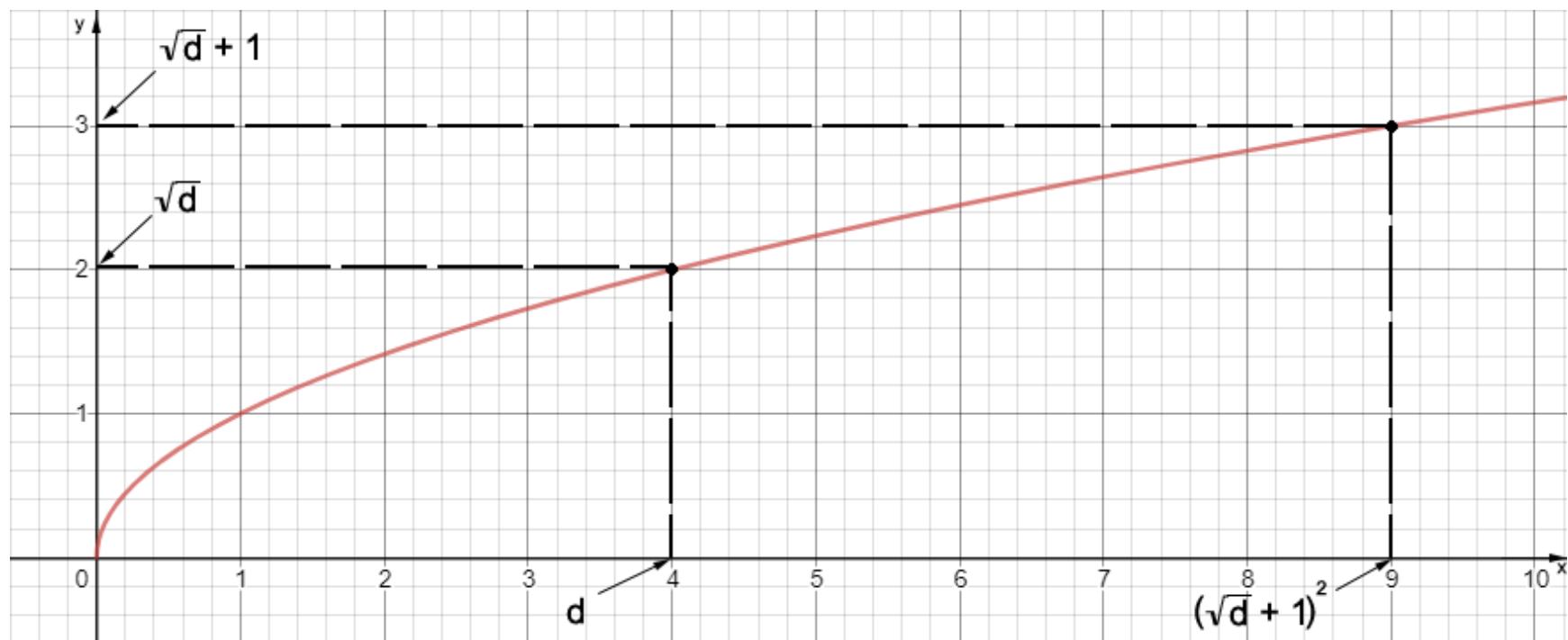
Назовём целые числа, из которых можно извлечь целый корень, **цельными**, тогда остальные целые числа – нецельные.

Пример:

Цельные числа: 0, 1, 4, 9, 16, 25 и т.д

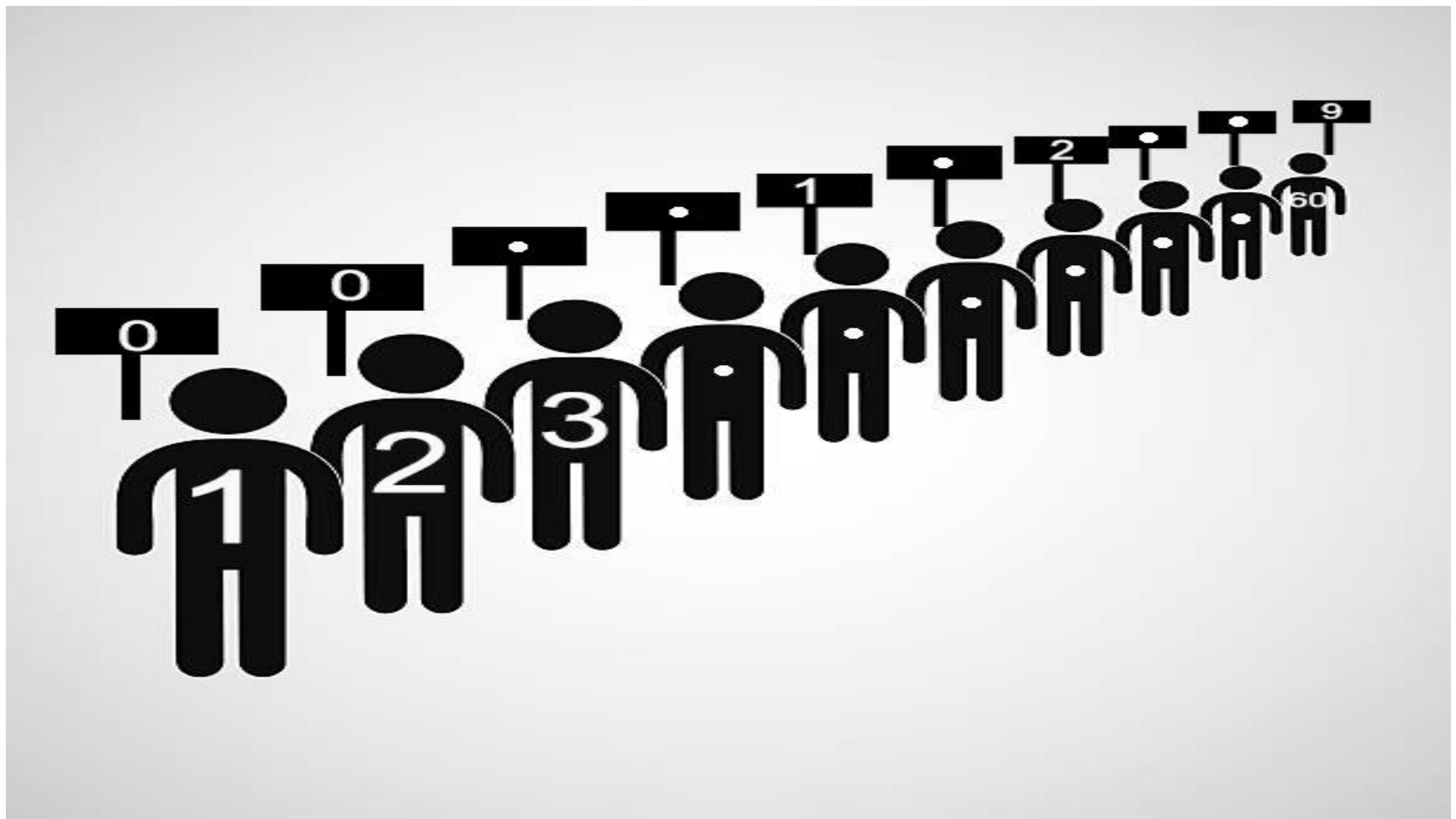
Нецельные числа: 2, 3, 5, 6, 7, 8 и т.д

\sqrt{x}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	1,41421	1,73205	2	2,23607	2,44949	2,64575	2,82843	3
1	3,16228	3,31662	3,4641	3,60555	3,74166	3,87298	4	4,12311	4,24264	4,3589
2	4,47214	4,58258	4,69042	4,79583	4,89898	5	5,09902	5,19615	5,2915	5,38516
3	5,47723	5,56776	5,65685	5,74456	5,83095	5,91608	6	6,08276	6,16441	6,245
4	6,32456	6,40312	6,48074	6,55744	6,63325	6,7082	6,78233	6,85565	6,9282	7
5	7,07107	7,14143	7,2111	7,28011	7,34847	7,4162	7,48331	7,54983	7,61577	7,68115
6	7,74597	7,81025	7,87401	7,93725	8	8,06226	8,12404	8,18535	8,24621	8,30662
7	8,3666	8,42615	8,48528	8,544	8,60233	8,66025	8,7178	8,77496	8,83176	8,88819
8	8,94427	9	9,05539	9,11043	9,16515	9,21954	9,27362	9,32738	9,38083	9,43398
9	9,48683	9,53939	9,59166	9,64365	9,69536	9,74679	9,79796	9,84886	9,89949	9,94987

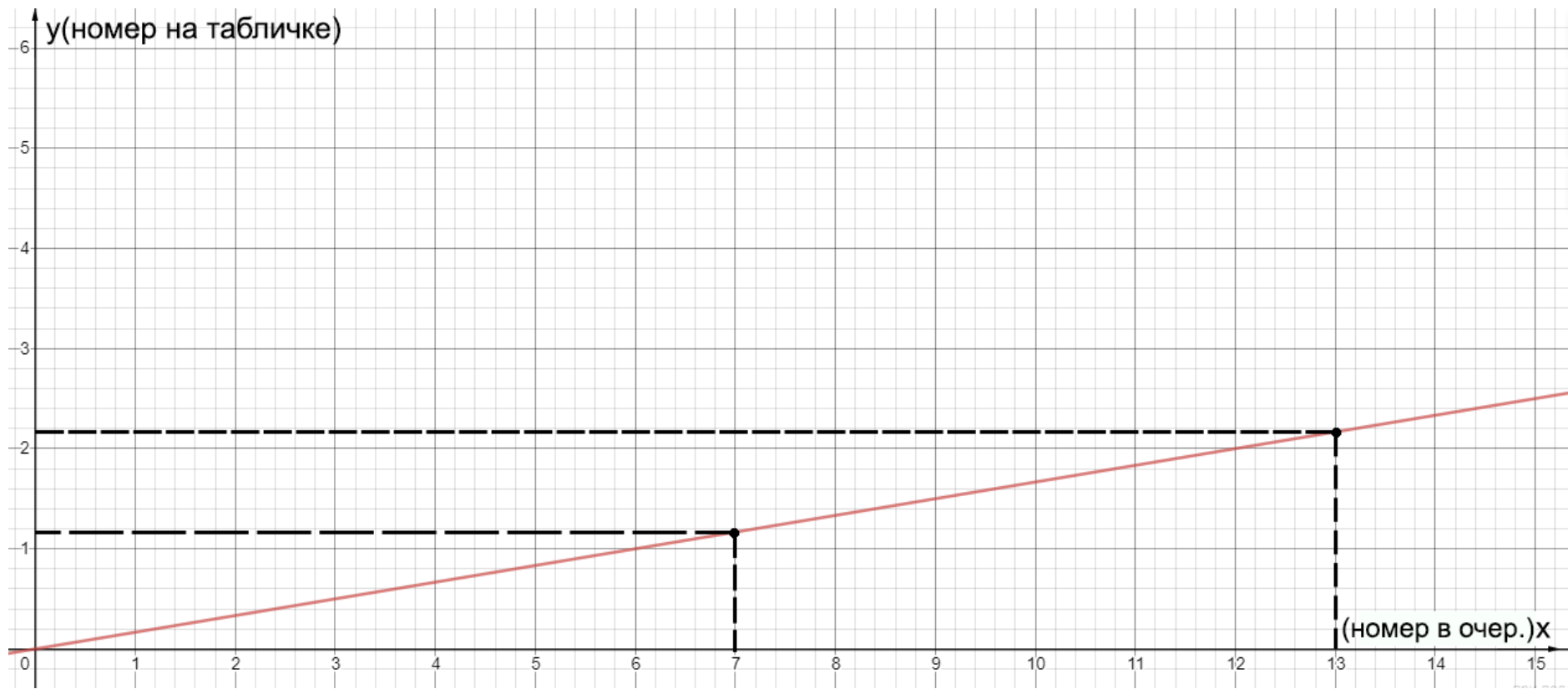


$$(\sqrt{d} + 1)^2 - d = d + 2\sqrt{d} + 1 - d = 2\sqrt{d} + 1$$

$$(\sqrt{d} + 1)^2 - d - 1 = d + 2\sqrt{d} + 1 - d - 1 = 2\sqrt{d}$$



У 13 человека: $(13 * 10) : 60 = 2,16... \rightarrow$ табличка с числом 2.



$f \cdot (1)$	0,50
$f \cdot (4)$	0,25
$f \cdot (9)$	0,16..
$f \cdot (16)$	0,125
$f \cdot (25)$	0,1
$f \cdot (36)$	0,08...
$f \cdot (49)$	0,07...
$f \cdot (64)$	0,06...

$f \cdot (81)$	0,055..
$f \cdot (100)$	0,05...
$f \cdot (121)$	0,045..
$f \cdot (144)$	0,041..
$f \cdot (169)$	0,038..
$f \cdot (196)$	0,035..
$f \cdot (225)$	0,033..
$f \cdot (256)$	0,031..

Допустим, имеется число $d + g$, где d – **цельное** число.

$$\text{Тогда } \sqrt{d + g} = \sqrt{d}, c$$

$d + g$ – подкоренное выражение.

\sqrt{d} – целая часть.

c – дробная часть.

g – целое число, недостаточное, чтобы изменить целую часть при извлечении корня.

Обратим внимание только на дробную часть. Рассмотрим первые две цифры. Они лежат в интервале от 00 до 99 (всего 100 вариантов).

При $d = 100$; $0 \leq g < 21$

g - это номер человека в очереди.

g_{max} (количество возможных значений g) - это количество людей в очереди.

100 (количество вариантов первых двух цифр) – это количество разновидностей табличек с числами (по аналогии с задачей с очередью).

Получается, чтобы найти приблизительное значение чисел после запятой, допустим $\sqrt{116}$, необходимо сначала найти g , умножить его на 100 и разделить на g_{max} . Для данного случая:

$\frac{(116-100)*100}{21} = 76,1904\dots$. Теперь найдём этот корень на калькуляторе и получим $10,77032\dots$.

```

program f1;

label
lab1, end1;
var
  a, b, c : real;
  i, k, t : integer;

begin
  a := 1;
  lab1:
  if a = 1001 then goto end1;
  b := 0;
  c := 0;
  i := 0;
  b := a;
  while i <> 1 do
  begin
    c := sqrt(b);
    if int(c) = sqrt(b) then
      i := 1 else
        b -= 1;
  end;
  c := ((a - b) * 10) / (2 * sqrt(b) + 1);
  writeln('для числа ',a,' погрешность равна ',frac(sqrt(a) - c*0.1);
  a += 1;
  goto lab1;
end1:
  writeln('конец проверки');
  readln(a);

  end.

```

```

program f2;

label
lab1, endl;
var
  a, b, c, d: real;
  i: integer;

begin
  a := 1;
  lab1:
  if a = 10000 then goto endl;
  b := 0;
  c := 0;
  d := 0;
  i := 0;
  b := a;
  while i <> 1 do
  begin
    c := sqrt(b);
    if int(c) = sqrt(b) then
      i := 1 else
        b := 1;
  end;
  c := ((a - b) * 100) / (2 * sqrt(b) + 1);
  d := trunc(c);
  if trunc(sqrt(a) * 100) <> (sqrt(b) * 100 + d) then
  begin
    write('Число ', a, ' не прошло проверку ');
    writeln('c = ', c, 'корень равен', sqrt(a));
  end;
  a += 1;
  goto lab1;
endl:
writeln('конец проверки');
readln(a);

  end.

```

$$\sqrt{n} = \sqrt{d} + \frac{(n-d)^*}{2\sqrt{d} + 1}$$

- n – само число.
- d – ближайшее **цельное** число, которое меньше, чем n .
- Также следует учитывать некоторые условия:
- 1) При нахождении приблизительного значения корня из числа от 5 до 12, максимальная погрешность будет (0,04).**
- 2) При нахождении приблизительного значения корня из числа от 13 до 22, максимальная погрешность будет (0,03).**
- 3) При нахождении приблизительного значения корня из числа от 23 до 113, максимальная погрешность будет (0,02).**
- 4) При нахождении корня из числа от 114 до бесконечности, максимальная погрешность будет (0,01).**
- * из второй скобки $\left(\frac{(n-d)}{2\sqrt{d}+1}\right)$ мы берём первые 2 цифры после запятой.
- **если рассматривать первые две цифры после запятой.