

3 тур интернет-олимпиады СУНЦ МГУ

Математика

8 класс

1. В классе учатся 24 школьника. Каждый день учитель вывешивает на доску почёта фотографии трёх лучших учеников по итогам дня. Могло ли так оказаться, что спустя 100 дней фотографии любых двух учеников висели вместе на доске почёта не более одного раза?
2. Лёня плохо учится в школе, поэтому складывает дроби следующим образом: сумму числителей дробей делит на сумму их знаменателей. Он сложил две различные несократимые дроби a/b и c/d (a и c — целые числа, b и d — натуральные). Результат оказался ровно в 2 раза меньше, чем правильный ответ. Докажите, что Лёня не мог складывать дроби, у которых $b \neq d$.
3. Дан параллелограмм $ABCD$ с тупым углом A . Прямая, проходящая через точку C перпендикулярно BC , пересекает прямую, проходящую через точку D параллельно AC , в точке E . Докажите, что EC — биссектриса угла BED .
4. Маша написала в тетрадке одиннадцать раз цифру 2. Далее она делает следующее: выбирает два числа a и b из тетрадки, стирает их, и записывает вместо них $a + b$ или ab . Может ли она получить в итоге число 766?
5. Имеется клетчатый квадрат 101×101 . Два человека играют в следующую игру: первый игрок закрашивает в красный цвет по клеточкам произвольный квадрат 1×1 , а второй — синим цветом квадрат 2×2 , никакую клетку нельзя красить дважды. Если у второго нет возможности ходить, то все остальные клеточки закрашивает первый. Выигрывает тот, кто закрасит больше клеток. Первый игрок ходит первым. Кто выигрывает при правильной игре?