

# 3 тур интернет-олимпиады СУНЦ МГУ

## Математика

9 класс

1. Найдите количество делящихся на 9 четырехзначных чисел, таких что все их цифры различны и нечетны.
2. Решить в целых числах уравнение

$$x^3 + y^3 + 3x^2 - 3y^2 + 3x + 3y = 9.$$

3. На плоскости проводят  $n$  прямых, делящих плоскость на некоторое число конечных и бесконечных частей. При каком наименьшем  $n$  число конечных частей может оказаться больше, чем число бесконечных?
4. Дан треугольник  $ABC$ . Три параллельные прямые  $AH$ ,  $BV$  и  $CZ$  пересекаются с прямыми  $BC$ ,  $AC$  и  $AB$  в точках  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  соответственно. На отрезках  $AH$ ,  $BV$ ,  $CZ$  выбрали точки  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  так, что

$$AP : PX = BQ : QY = CR : RZ = 1 : k.$$

При каких значениях  $k$  точки  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  лежат на одной прямой?

5. Дано клетчатое игровое поле размерами  $n \times n$ . На какую-то клетку игрового поля ставят фишку, которой можно совершать ходы двух типов: фишку можно передвинуть на такую произвольную соседнюю клетку, которая имеет общую сторону с текущей клеткой, или же на такую соседнюю клетку, которая имеет с текущей клеткой общую вершину, но не общую сторону. Два последовательных хода должны всегда быть различных типов. Найти все натуральные числа  $n > 1$ , при которых возможно выбрать исходную клетку и последующие ходы так, чтобы фишка побывала на каждой клетке игрового поля ровно один раз (заканчивая на клетке, отличной от исходной).