

2 тур интернет-олимпиады СУНЦ МГУ

Математика

9 класс

1. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Известно, что

$$AB = 1, BC = 2, CD = 3, \angle CDA = 60^\circ.$$

Найдите все возможные значения длины отрезка AD .

2. Действительные числа x и y таковы что $x^2 + xy + y^2 = 3$. Найдите наибольшее значения выражения $2x^2 - 5xy + 2y^2$.
3. Известно, что уравнение

$$|x - 1| + |x - 2| + \dots + |x - 2019| = a$$

имеет ровно одно решение. Найдите все возможные значения a .

4. Имеется кусок проволоки длины 24. Петя Торт хочет согнуть её и получить треугольник с периметром 24 и целыми сторонами. Сколько различных треугольников у него может получиться?
5. Клетчатая доска 9×9 покрашена в шахматную раскраску (то есть доска покрашена в чёрный и белый цвета; любые две клетки, соседние по стороне, имеют разный цвет). Требуется поставить 8 белых ладей так, чтобы все они стояли на клетках одного цвета и никакие две из них не били друг друга (одна ладья бьёт другую, если она стоит с ней в одной вертикали или горизонтали). Сколькими способами это можно сделать? Расстановки, отличающиеся друг от друга поворотами, симметриями и пр. считаются различными.
6. Число 2020 можно представить в виде суммы четырех различных чисел, каждое из которых записывается хотя бы двумя цифрами и все цифры в них одинаковые:

$$2020 = 1111 + 777 + 99 + 33.$$

А какое минимальное число слагаемых потребуется, чтобы представить число 9002 в таком виде?

Если ответом в задаче является дробное число, введите его разделив целую и дробную часть запятой. Например: «10,24».

Если в задаче несколько вариантов ответа, введите их все в порядке возрастания, разделив знаком «;». Например: «1;2,5;10;14».