

Олимпиада «Математическая реальность» (ОМаР)

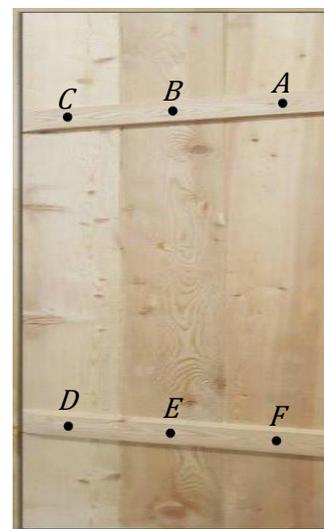
Младшая лига
29.10.2019

1. На панели кодового замка к двери расположены четыре кнопки, помеченные цифрами 1, 2, 4, 8. Дверь откроется, если нажать три из них в определённом порядке — этот упорядоченный набор из трёх цифр (единственный) называется *кодом входа*. Кнопки на замке можно нажимать в любом порядке и сколько угодно долго: как только в набранной последовательности цифр появится код входа, на панели загорится лампочка, и дверь откроется. Какой наименьшей длины последовательность необходимо набрать, не зная код входа, чтобы наверняка открыть дверь, если заранее известно, что код состоит:



- а) из *различных* цифр, причём цифра 8 в нём не используется;
- б) из *любых* данных цифр, не обязательно различных?

2. Новая дверь в баню сделана из трёх вертикальных досок, скрепленных друг с другом с помощью двух поперечных брусков, не обязательно горизонтальных. Со временем доски усыхают (уменьшаются по ширине), и между ними образуются щели, из-за чего они могут слегка вращаться вокруг скрепляющих их болтов A, B, C, D, E и F , где $AB = BC = DE = EF = 1$, $AF = 3$ и $CD = a$. При каких значениях параметра $a \in [2, 4]$ такая дверь не будет деформироваться (например, под действием силы тяжести)?



3. Каждый из вас, открывая кран с водой, наверняка наблюдал, что вытекающая из крана струя воды с ростом расстояния h от выходного отверстия крана становится всё уже и уже. Найдите формулу для толщины струи $d = d(h)$ в зависимости от h . При необходимости, считайте известными диаметр d_0 отверстия крана и начальную скорость v_0 струи.



Олимпиада «Математическая реальность» (ОМаР)

Старшая лига

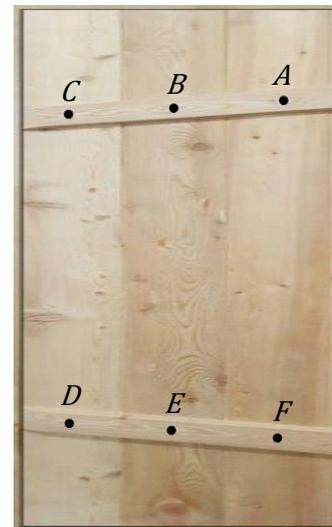
29.10.2019

1. На панели кодового замка к двери расположены четыре кнопки, помеченные цифрами 1, 2, 4, 8. Дверь откроется, если нажать три из них в определённом порядке — этот упорядоченный набор из трёх цифр (единственный) называется *кодом входа*. Кнопки на замке можно нажимать в любом порядке и сколько угодно долго: как только в набранной последовательности цифр появится код входа, на панели загорится лампочка, и дверь откроется. Какой наименьшей длины последовательность необходимо набрать, не зная код входа, чтобы наверняка открыть дверь, если заранее известно, что код состоит:



- а) из *различных* цифр, причём цифра 8 в нём не используется;
- б) из любых попарно *различных* цифр;
- в) из *любых* цифр, не обязательно различных?

2. Новая дверь в баню сделана из трёх вертикальных досок, скрепленных друг с другом с помощью двух поперечных брусков, не обязательно горизонтальных. Со временем доски усыхают (уменьшаются по ширине), и между ними образуются щели, из-за чего они могут слегка вращаться вокруг скрепляющих их болтов A, B, C, D, E и F , где $AB = BC = DE = EF = 1$, $AF = 3$ и $CD = a$. При каких значениях параметра $a \in [2, 4]$ такая дверь не сможет со временем деформироваться (например, под действием силы тяжести)? Какую нагрузку при попытке её деформации будут испытывать болты B и E : на сжатие отрезка BE или на его растяжение?



3. Каждый из вас, открывая кран с водой, наверняка наблюдал, что вытекающая из крана струя воды с ростом расстояния h от выходного отверстия крана становится всё уже и уже. Найдите формулу для толщины струи $d = d(h)$ в зависимости от h . При необходимости, считайте известными диаметр d_0 отверстия крана и начальную скорость v_0 струи. В какой части струи: верхней или нижней — *быстрее* уменьшается её толщина с ростом h ?

