Лекция 7

Работа. Теорема об изменении кинетической энергии.

Консервативные силы. Потенциальная энергия частицы в потенциальном поле.

Примеры: упругая сила, гравитационное поле точечной массы.

Работа. Теорема об изменении кинетической энергии

Сила в общем случае характеризуется величиной, направлением и точкой приложения.

Определение. Если точка приложения силы $\vec{F}$ совершает малое перемещение $d\vec{r}$, то говорят, что сила $\vec{F}$ совершает **элементарную** (малую) **работу** δA, равную скалярному произведению вектора силы на вектор перемещения точки её приложения:

$$\delta A = (\vec{F}d\vec{r}) \equiv |\vec{F}||d\vec{r}|\cos(\alpha), \qquad (1)$$

где α – угол между векторами силы и перемещения. При этом перемещение $d\vec{r}$ должно быть настолько малым, чтобы соответствующий участок траектории точки приложения силы был близок к отрезку, и сила $\vec{F}$ не менялась бы на нём заметным образом ни по величине, ни по направлению.

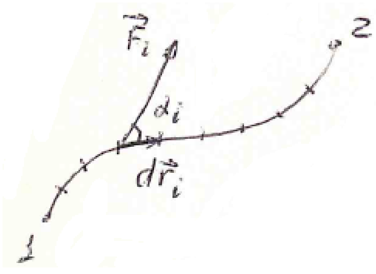
Работа величина скалярная, она имеет знак.

Учитывая, что для малых интервалов времени $d\vec{r} = \vec{v}dt$, получаем, что (1) можно записать в виде

$$\delta A = (\vec{F}\vec{v})dt \quad \text{или} \quad N \equiv \frac{\delta A}{dt} = (\vec{F}\vec{v}). \qquad (2)$$

Отношение работы, совершенной за некоторый интервал времени, к величине этого интервала называют **средней мощностью силы**. Поскольку мы рассматриваем в (2) очень малые интервалы времени, то величина, стоящая в (2) слева называется **мгновенной мощностью или просто мощностью *N* силы** $\vec{F}$. Таким образом, *скалярное произведение силы на скорость точки её приложения равна мгновенной мощности этой силы***.**

Заметим, что если сила перпендикулярна скорости, то её мощность равна нулю. Если такое соотношение между направлениями силы $\vec{F}$ и скорости выполняется на некотором участке траектории, то работа силы $\vec{F}$ на этом участке будет равна нулю.



Когда точка приложения силы совершает конечное перемещение, то нужно разбить траекторию ее движения на большое число N элементарных (малых, близких к отрезку прямой) участков $d\vec{r_i}$ $(i = 1,2,\dots,N)$ и вычислить элементарную работу на каждом из них. *Работой силы вдоль конечной траектории называется сумма* *элементарных работ на всех ее участках*:

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{N} \delta A_i = \sum_{i=1}^{N} F_i dr_i cos(\alpha_i).$$

Допустим теперь, что на частицу действует несколько сил $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \dots, \overrightarrow{F_N}$. Докажем, что *работа A равнодействующей этих сил (силы $\vec{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \dots + \overrightarrow{F_N}$) при некотором перемещении частицы равна сумме работ $A_1, A_2, \dots, A_N$ на этом же перемещении каждой из сил ($\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \dots, \overrightarrow{F_N}$), действующих на частицу*. Так как работа на конечном перемещении равна сумме элементарных работ, достаточно доказать справедливость данного утверждения для произвольного малого перемещения $d\vec{r}$ частицы. В этом случае, пользуясь свойствами скалярного произведения, имеем:

$$\delta A = (\vec{F} d\vec{r}) = (\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \dots + \overrightarrow{F_N}, d\vec{r}) = (\overrightarrow{F_1} d\vec{r}) + (\overrightarrow{F_2} d\vec{r}) + \dots + (\overrightarrow{F_N} d\vec{r}) =$$
$$= \delta A_1 + \delta A_2 + \dots + \delta A_N.$$

Утверждение доказано.

Определение. **Кинетической энергией** K материальной точки называется скалярная величина, равна половине произведения ее массы на квадрат ее скорости:

$$K = \frac{mv^2}{2}.$$

При действии силы на движущуюся частицу величина её скорости, и, следовательно, кинетическая энергия, вообще говоря, будут меняться. Пусть за малое время dt скорость точки $\vec{v}$ изменилась на малую величину $d\vec{v}$. Тогда изменение кинетической энергии точки dK будет равно:

$$dK = \frac{m(\vec{v} + d\vec{v})^2}{2} - \frac{m\vec{v}^2}{2} = \frac{m}{2}\{\vec{v}^2 + 2\vec{v}d\vec{v} + (d\vec{v})^2 - \vec{v}^2\} = \frac{m}{2} 2(\vec{v}, d\vec{v}),$$

где учтено, что $(d\vec{v})^2$ мало. Таким образом,

$$dK = (\vec{v}, md\vec{v}) = (\vec{v} d\vec{p}).$$

Но изменение импульса частицы равно импульсу действующих на частицу сил ($d\vec{p} = \vec{F} dt$), поэтому

$$dK = (\vec{F}, \vec{v}) dt = (\vec{F}, \vec{v} dt) = (\vec{F}, d\vec{r}) = \delta A. \qquad (3)$$

То есть *изменение кинетической энергии частицы за малый промежуток времени равно элементарной работе действующей на нее силы на соответствующем малом перемещении частицы*. Учитывая (2), из (3) имеем:

$$\frac{dK}{dt} = (\vec{F}, \vec{v}) = N$$

– *скорость изменения кинетической энергии частицы равна мгновенной мощности действующих* *на частицу сил* (**теорема об изменении кинетической энергии частицы в дифференциальной форме**).

Если частица совершает конечное перемещение между точками 1 и 2, то его можно разбить на большое число N элементарных участков, на каждом из которых выполняется равенство (3): $dK_i = \delta A_i$ $(i = 1,2,\dots,N)$. Складывая все эти равенства, мы получим

$$\sum_{i=1}^{N} dK_i = \sum_{i=1}^{N} \delta A_i,$$

где слева стоит полное изменение кинетической энергии частицы $K_2 - K_1$ при её движении из точки 1 в точку 2, а справа – полная работа A_{12} действующих на частицу сил на всей траектории движения частицы между точками 1 и 2. Таким образом,

$$K_2 - K_1 \equiv \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A_{12}.$$

Последнее соотношение выражает **теорему об изменении кинетической энергии частицы (в интегральной форме)**: *изменение кинетической энергии частицы при ее перемещении вдоль некоторого участка траектории равно работе на этом участке траектории всех действующих на частицу сил*. Эта теорема справедлива для любой инерциальной системы отсчета. Однако, ее можно использовать и в неинерциальных системах отсчета, если учитывать работу сил инерции.

Расчет работы силы с помощью графика

Воспользуемся естественным способом описания движения точки приложения силы. Тогда первую формулу в (2) можно записать в виде:

$$\delta A = F_\tau v_\tau dt = F_\tau dl, \qquad (4)$$

где τ - тангенциальная ось сопровождающей системы координат, а *l* – естественная координата.

Из (4) сразу следует, что при постоянной величине проекции $\vec{F}$ на тангенциальную ось, величина работы этой силы может быть рассчитана по формуле

$$A = F_\tau\, \Delta l.$$

С другой стороны, *величина $F_\tau\, \Delta l$ равна умноженной на масштабный множитель (соответствующий использованным по осям графика масштабам) площади фигуры G, ограниченной осью координаты l, графиком проекции силы и двумя вертикальными отрезками, проведенными к оси координат из точек графика силы, соответствующих началу и концу рассматриваемого участка траектории*. Подчеркнем, что площадь следует считать алгебраической величиной: *она считается положительной, если направляясь от начальной* *координаты к конечной вначале по оси l , а затем по графику силы, мы будем обходить фигуру G против часовой стрелки и отрицательной в противном случае.* То же самое утверждение справедливо и в случае, когда проекция F_τ не постоянна. Для доказательства достаточно разбить траекторию точки приложения силы на малые участки, на которых сила практически постоянна, и алгебраически просуммировать работы (то есть площади, умноженные на один и тот же масштабный множитель) на этих участках. Более подробные рассуждения можно посмотреть в лекции 1 на примере доказательства формулы (15).

Консервативные силы. Потенциальность центрального стационарного силового поля

Работа силы вдоль какой-либо траектории, как это следует из определения, зависит в общем случае от длины этой траектории, ее формы и значения вектора силы в каждой ее точке. К счастью существует целый класс сил, работа которых не завит от формы траектории, а определяется только начальным и конечным положением тела. Понятно, что находить работу таких сил оказывается намного проще.

Определение 1. Сила называется **консервативной (потенциальной)**, если она зависит **только** от положения частицы, и её работа при перемещении частицы из произвольного начального положения в произвольное конечное положение не зависит от траектории движения частицы.

То есть для любых двух точек 1 и 2 и любых соединяющих эти точки траекторий M и N, работы консервативной силы при перемещении частицы по траекториям M и N равны между собой:

$$A_{1M2} = A_{1N2}.$$

Так как консервативная сила по определению зависит только от положения частицы и, в частности, не зависит от ее скорости, то работа консервативной силы меняет знак при изменении направления движения на противоположное:

$$A_{1N2} = -A_{2N1}.$$

Поэтому, если мы рассмотрим работу консервативной силы по произвольному замкнутому контуру $1M2N1$, то мы получим, что эта работа равна нулю:

$$A_{1M2N1} = A_{1M2} + A_{2N1} = A_{1M2} - A_{1N2} = 0.$$

Проведя эти рассуждения в обратном направлении, получим, что если сила, действующая на частицу, зависит только от положения частицы, а её работа обращается в ноль для любой замкнутой траектории движения частицы, то при движении частицы между двумя любыми фиксированными точками величина работы этой силы не зависит от формы траектории. И значит, можно дать второе определение консервативной силы, равносильное первому.

Определение 2. Сила называется консервативной, если она зависит **только** от положения частицы и её работа по любой замкнутой траектории равна нулю.

В общем случае силы меняются от одной точки пространства к другой и могут зависеть от времени. Если на тело в каждой точке пространства действует со стороны другого тела (или тел) некоторая сила, то всю эту совокупность сил называют силовым полем. Т.е. задать силовое поле в некоторой области пространства, означает задать вектор силы в каждой точке этой области (вообще говоря, для каждого момента времени).

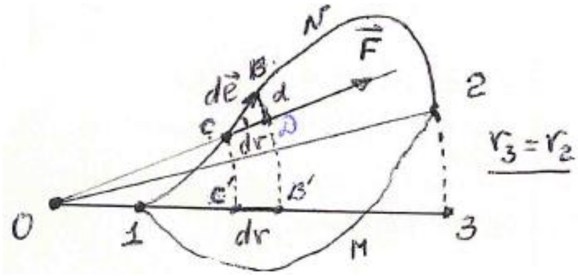
Определение. Силовое поле называется **центральным** с центром в точке O (называемой силовым центром), если сила, действующая на помещенную в это поле частицу, может быть записана в виде:

$$\vec{F} = f(r,t)\vec{r},$$

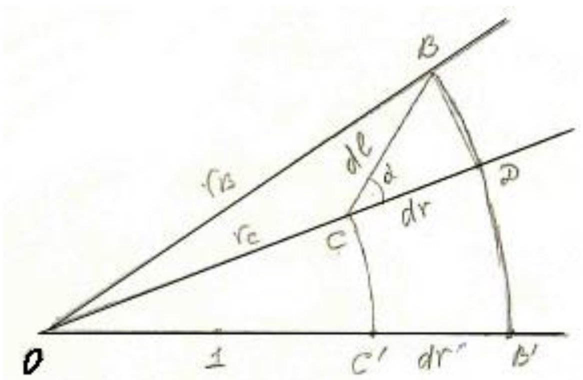
где $\vec{r}$ – радиус – вектор частицы, взятый относительно точки O.

Иными словами, направление силы, действующей на частицу в центральном силовом поле, коллинеарно радиус – вектору частицы, взятому относительно точки O. Причём тип коллинеарности (сонаправленность или противоположная направленность), а также величина силы зависит только от времени t и расстояния r от частицы до силового центра.

Докажем потенциальность произвольного **стационарного** (то есть независящего от времени в используемой системе отсчета, которая **не обязана** быть инерциальной) **центрального силового поля**.



Пусть тело перемещается из точки 1 в точку 2 по некоторой кривой 1N2. Разобьем всю эту кривую на элементарные участки так, чтобы силу $\vec{F}$ в пределах каждого участка можно было считать постоянной. Рассмотрим работу центрального силового поля (с силовым центром в точке O) на одном из таких элементарных участков CB. По определению $\delta A_{CB} = F_C dl\, cos(\alpha)$, где F_C – величина силы F в точке C. Проведем дуги окружностей с центром в т.O радиусами OC и OB. Они пересекут лучи OC и $O1$ в точках C, D и C', B' соответственно (см. рисунок). Так как dl мало, то угол $\angle COB$ тоже мал, и, следовательно, угол $\angle ODB$ равнобедренного (по построению) треугольника DOB является почти прямым. Поэтому:



$$dl\, cos(\alpha) \approx CD = r_B - r_C = dr = r_{B'} - r_{C'} = dr'.$$

Кроме того, величины сил в точках C и C' равны ($F_C = F_{C'}$) в силу центральности поля. Поэтому:

$$\delta A_{CB} = F_C\, dr = F_{C'}\, dr' = \delta A_{C'B'}.$$

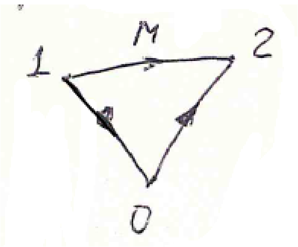
Суммируя работы на всех элементарных участках получаем, что

$$A_{1N2} = A_{1M2},$$

то есть действительно **произвольное стационарное центральное поле является потенциальным**.

Потенциальная энергия частицы в потенциальном поле

Пусть частица движется в некоторой области пространства, где на неё действует потенциальная сила. Выберем одну из точек этой области и назовем ее «нулевой» (0). Тогда работа A_{1M2} потенциальной силы при перемещении частицы из произвольной точки 1 в произвольную точку 2 по произвольной траектории будет равна работе A_{102} этой же силы вдоль траектории, проходящей через нулевую точку, которая складывается из работ вдоль участков 10 и 02:



$$A_{1M2} = A_{102} = A_{10} + A_{02}.$$

Но для потенциальной силы $A_{02} = -A_{20}$, поэтому окончательно получаем, что для любой траектории, соединяющей точки 1 и 2

$$A_{12} = A_{10} - A_{20}.$$

Определение. **Потенциальной энергией** $U(\vec{r})$ частицы в произвольной точке $\vec{r}$ потенциального силового поля называется работа A_{rr_0}, совершаемая ***силами поля*** при перемещении частицы из этой точки в определенную точку $\overrightarrow{r_0}$, потенциальная энергия в которой принята равной нулю.

С учетом определения потенциальной энергии выражение для работы A_{12} можно переписать в виде:

$$A_{12} = U_1 - U_2 = -\Delta U,$$

где U_1 и U_2 – значения потенциальных энергий частицы в точках 1 и 2 соответственно. Таким образом, *при движении частицы из одной точки в другую изменение потенциальной энергии частицы равно взятой с обратным знаком работе, совершенной при этом* ***силами поля***.

Заметим, что выбор «нулевой» точки, являющейся фактически началом отсчета потенциальной энергии, никак не влияет на последнее соотношение. Как следует непосредственно из определения потенциальной энергии, перенос «нулевой» точки из точки 0 в точку $0'$ приводит лишь к изменению значения потенциальной энергии *в каждой* точке пространства *на одну и ту же величину* $A_{00'}$: $U'(\vec{r}) = U(\vec{r}) + A_{00'}$. Обычно выбор нулевой точки определяется соображениями удобства.

Связь между силой и изменением потенциальной энергии

Рассмотрим перемещение тела $\overrightarrow{dl}$ между двумя близкими точками. Работа сил поля при этом перемещении равна

$$\delta A = \vec{F} d\vec{l} = F_l dl,$$

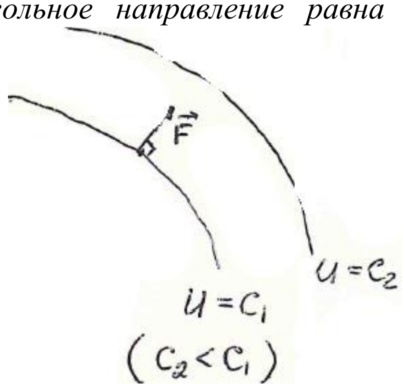
где F_l – проекция силы $\vec{F}$ на направление перемещения. С другой стороны, если сила $\vec{F}$ является потенциальной, то её работа равна разности потенциальных энергий тела в начальной и конечной точках, то есть взятому с обратным знаком изменению потенциальной энергии. Поэтому

$$F_l dl = U(\vec{r}) - U\left(\vec{r} + d\vec{l}\right) = -dU.$$

Откуда

$$F_l = -\frac{dU}{dl}. \qquad (5)$$

Таким образом, *проекция потенциальной силы на произвольное направление равна отношению изменения потенциальной энергии при малом перемещении в этом направлении к модулю этого перемещения*. Направление вектора силы $\vec{F}$ также можно найти графически. С этой целью рассмотрим в пространстве множество точек с одинаковой потенциальной энергией:



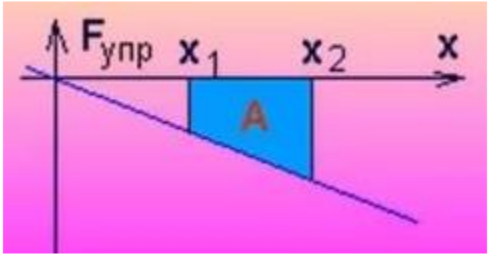
$$U(x, y, z) = C = const.$$

Это множество точек образует поверхность, называемую **эквипотенциальной поверхностью**. Заметим, что *любое* перемещение частицы вдоль эквипотенциальной поверхности по определению не меняет ее потенциальную энергию, то есть потенциальная сила $\vec{F}$ при *любом* таком перемещении не совершает работу. Это возможно только в том случае, если *вектор силы $\vec{F}$ направлен по нормали к эквипотенциальной поверхности*. При этом знак минус в формуле (5) говорит о том, что из двух возможных направлений нормали к эквипотенциальной поверхности *вектор силы $\vec{F}$ направлен в сторону убывания потенциальной энергии* (на рисунке $C_2 < C_1$).

Работа упругой силы при деформации растяжения и сжатия

Пусть один конец стержня неподвижен (мы можем связать с ним нашу систему отсчёта), а ко второму концу прикреплена частица и мы хотим найти работу упругой силы над этой частицей при растяжении или сжатии стержня.

Направим ось X от первого конца стержня ко второму концу и примем за ноль на оси X положение частицы в ситуации, когда стержень не деформирован. Тогда в силу закона Гука упругая сила, действующая на частицу, при малых деформациях растяжения или сжатия стержня может быть записана в виде:



$$F_{\text{упр},x} = -kx,$$

где k – коэффициент упругости стержня. При этом график зависимости проекции силы упругости на ось X от координаты x частицы будет иметь вид прямой, проходящей через начало координат (см. рисунок). Применяя изложенную выше методику расчета работы силы с помощью графика, получаем, что при перемещении частицы от положения x_1 до положения x_2 упругая сила совершит работу, пропорциональную выделенной на рисунке синим цветом площади прямоугольной трапеции:

$$A = \frac{F_1 + F_2}{2}(x_2 - x_1) = -k\frac{x_1 + x_2}{2}(x_2 - x_1) = -\left(\frac{kx_2{}^2}{2} - \frac{kx_1{}^2}{2}\right) \quad (6).$$

Т.е. работа упругой силы над частицей может быть представлена как взятое с обратным знаком изменение величины:

$$U(x) = \frac{kx^2}{2} + C,$$

называемой **потенциальной энергией упругой деформации**. Обычно константу C полагают равной нулю, считая, тем самым, что недеформированный стержень имеет нулевую энергию деформации. Аналогично можно найти работу силы упругости пружины.

Заметим, что в случае пружины или стержня, один конец которых закреплен на шарнире S, траектория частицы, прикрепленной ко второму концу, может быть достаточно произвольной. В этом случае мы, очевидно, получаем, пример центрального стационарного поля, которое как было доказано выше является потенциальным. Поэтому работу упругой силы можно считать для любой наиболее удобной траектории частицы, лишь бы эта траектория соединяла начальное A и конечное B положения частицы. Выберем траекторию, состоящую из отрезка AC, лежащего на прямой SA, (на котором пружина или стержень меняют свою длину от начального до конечного значения) и дуги CB окружности с радиусом SB. На дуге окружности сила упругости все время перпендикулярна скорости второго конца, поэтому её работа равна нулю. Что касается отрезка AC, то работа на нём, очевидно, может быть рассчитана по формуле (6).

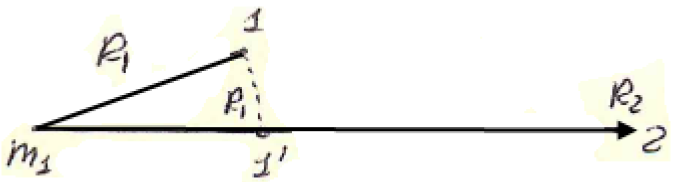
Потенциальность гравитационного поля любого стационарного распределения масс

Из доказанной выше потенциальности любого центрального стационарного силового поля непосредственно следует потенциальность гравитационного поля неподвижной точечной массы, которое согласно закону всемирного тяготения, является центральным и стационарным.

Утверждение. *Гравитационное поле, создаваемое любым стационарным распределением масс (неподвижным телом T) является потенциальным*. Действительно, гравитационная сила, действующая на произвольную частицу B со стороны тела T равна векторной сумме (то есть результирующей) сил, действующих на эту частицу со стороны большого числа N «точечных масс», на которые можно мысленно разбить тело T. Ранее было доказано, что работа A результирующей силы равна сумме работ A_i $(i = 1,2, \dots, N)$ всех сил, действующих на частицу: $A = \Sigma_{i=1}^{N} A_i$. Поскольку гравитационное поле точечной массы является потенциальным, то все A_i не зависят от траектории движения частицы B между любыми двумя фиксированными точками, и, следовательно, работа результирующей силы A также не будет от нее зависеть.

Работа сил гравитационного поля точечной массы

Пусть частица m_1 неподвижна, а частицу m_2 перемещают из точки 1 в точку 2. Найдем работу, совершаемую при этом силами тяготения. Воспользуемся тем, что поле неподвижной точечной массы является потенциальным. Поэтому искомая работа не зависит от формы траектории частицы m_2, а зависит только от её начального и конечного положений.



Рассчитаем работу гравитационной силы, действующей на частицу m_2, при движении этой частицы по траектории, состоящей из дуги окружности радиуса R_1 ($11'$) и отрезка ($1'2$) (см. рисунок). На всём участке $11'$ сила тяготения перпендикулярна скорости частицы и, следовательно, работы не совершает. Для расчета работы на участке $1'2$ разобьем его на большое число N малых отрезков $r_i r_{i+1}$ $(i = 1,2, \dots, N)$, где r_i – расстояние от начала i-го отрезка до частицы m_1, причём $r_1 = R_1$ и $r_{N+1} = R_2$. Тогда работа силы тяготения, действующей на частицу m_2 на i-м отрезке, будет равна:

$$\delta A_i = -F_i(r_{i+1} - r_i) = G\frac{m_1 m_2}{\overline{r_i}^2}(r_{i+1} - r_i) \ \ (i = 1,2, \dots, N),$$

где $\overline{r_i}$ – любая точка i-го отрезка (отрезки выбираются настолько малыми, чтобы сила в пределах одного любого отрезка практически не менялась). В качестве такой точки для дальнейших расчетов удобно взять $\overline{r_i} = \sqrt{r_i r_{i+1}}$ (очевидно $r_i < \overline{r_i} < r_{i+1}$). В этом случае выражение для элементарной работы на i-м отрезке примет следующий вид:

$$\delta A_i = -\frac{G m_1 m_2}{r_i r_{i+1}}(r_{i+1} - r_i) = -G m_1 m_2 \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}}\right).$$

Работа на всём участке $1'2$ по определению равна сумме работ на всех его элементарных участках, то есть:

$$A_{1'2} = \delta A_1 + \delta A_2 + \dots + \delta A_N = -Gm_1m_2\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} + \dots + \frac{1}{r_{N-1}} - \frac{1}{r_N} + \frac{1}{r_N} - \frac{1}{r_{N+1}}\right) =$$

$$= -Gm_1m_2\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Заметим, что при $R_2 > R_1$ работа $A_{1'2} < 0$, так как в этом случае сила гравитационного притяжения частиц направлена против перемещения частицы m_2.

Итак, *работа, совершаемая силами тяготения, действующими со стороны неподвижной частицы m_1 на частицу m_2, при увеличении расстояния между частицами от R_1 до R_2 равна*

$$A_{12} = -Gm_1m_2\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Потенциальная энергия частицы в гравитационном поле неподвижной точечной массы

Из последней формулы непосредственно следует, что потенциальная энергия частицы массой m_2 в гравитационном поле неподвижной частицы массы m_1 в произвольной точке, удалённой на расстояние R от частицы m_1, равна

$$U(R) \equiv A_{RR_0} = -Gm_1m_2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0}\right) = -G\frac{m_1m_2}{R} + C,$$

где R_0 – расстояние от частицы m_1 до нулевой точки, потенциальная энергия в которой принята равной нулю, а $C \equiv G\frac{m_1m_2}{R_0}$ – константа, значение которой определяется выбором «нулевой» точки. В частности, выбор $C = 0$ соответствует распространенному случаю, когда потенциальная энергия считается равной нулю на бесконечности ($R_0 = \infty$).

Подчеркнем, что полученные нами формулы для работы и потенциальной энергии гравитационного поля справедливы не только для частиц, но и для тел конечных размеров со стационарным сферически симметричным распределением масс. В этом случае R – расстояние между центрами этих тел. В частности, потенциальная энергия тела массы m, находящегося в поле тяготения Земли массой M на расстоянии R от центра Земли в приближении сферически симметричной Земли равна (при $R \geq R_з$, где $R_з$ – радиус Земли):

$$U(R) = -GmM\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0}\right).$$

Если выбрать нулевую точку на поверхности Земли, т.е. взять $R_0 = R_з$, а гравитационную постоянную выразить через ускорение свободного падения g_0 вблизи поверхности Земли ($G = \frac{g_0}{M}R_з^2$), то выражение для потенциальной энергии примет вид (при $R \geq R_з$):

$$U(R) = -\frac{g_0 {R_з}^2 m}{R_з R}(R_з - R) = m g_0 h \frac{R_з}{R_з + h},$$

где $h = R - R_з > 0$ – высота тела над поверхностью Земли. Если высота тела над поверхностью Земли h мала по сравнению с радиусом Земли ($h \ll R_з$), то $h\frac{R_з}{R_з+h} \approx h$ и выражение для потенциальной энергии тела, поднятого на высоту h от поверхности Земли, принимает вид, соответствующий приближению однородного гравитационного поля ($h \geq 0$): $U(h) = m g_0 h$.