

Лекция 6

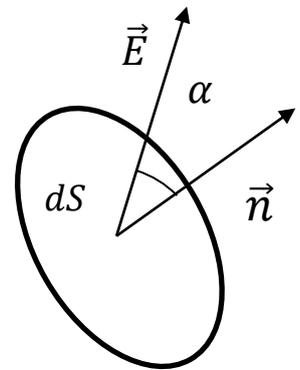
Теорема Гаусса для электрического поля и следствия из неё. Импульс частицы. Импульс силы. Законы изменения и сохранения импульса. Уравнение Мещерского

Теорема Гаусса для электрического поля

Введем скалярную величину $d\Phi$ — ее называют **элементарным потоком вектора напряженности электрического поля** через некоторую элементарную (маленькую, плоскую) ориентированную (т.е. с выбранным единичным вектором нормали \vec{n}) площадку:

$$d\Phi = EdS \cos \alpha = (\vec{E}, d\vec{S}), \quad (1)$$

где \vec{E} — напряженность электрического поля в месте нахождения выбранной площадки, α — угол между вектором \vec{E} и вектором \vec{n} нормали к площадке (т.к. площадка маленькая и плоская, то поле \vec{E} и угол α можно считать одинаковыми в разных ее точках), dS — площадь площадки, $d\vec{S} = dS\vec{n}$



Потоком Φ вектора напряженности электрического поля через произвольную ориентируемую поверхность называется алгебраическая сумма потоков через элементарные площадки, образующие эту поверхность. При этом важно, чтобы направления нормалей к разным элементарным площадкам данной поверхности были согласованы между собой. А именно: если представить данную поверхность как двухсторонний лист бумаги, то все нормали должны начинаться на одной и той же стороне этой бумаги и не пересекать её. На самом деле такое согласование нормалей может быть осуществлено не для любой поверхности. Наиболее простой и известный пример не ориентируемой поверхности, для которой это сделать нельзя — так называемый лист Мёбиуса. В дальнейшем мы будем рассматривать только ориентируемые поверхности (по умолчанию). Заметим также, что в *случае замкнутой поверхности в качестве нормалей всегда выбираются **внешние нормали***.

Рассмотрим простое, но очень важное свойство величины $d\Phi$. Запишем формулу (1) в виде

$$d\Phi = (E \cos \alpha)dS = E_n dS,$$

где E_n — проекция вектора \vec{E} на направление нормали \vec{n} . Если поле создается к зарядами, то по принципу суперпозиции

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_k.$$

Но проекция суммы векторов равна сумме проекций этих векторов:

$$E_n = E_{1n} + E_{2n} + \dots + E_{kn}.$$

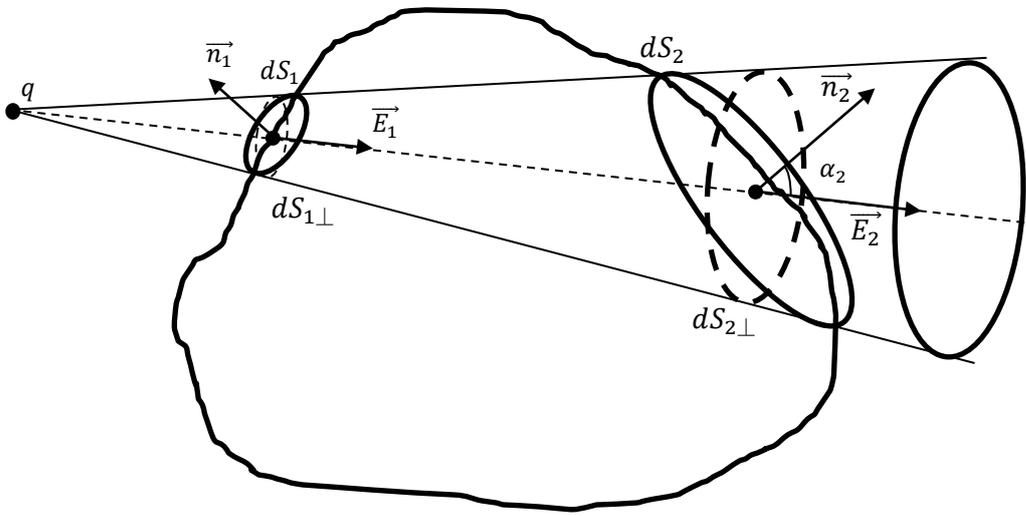
Умножая последнее равенство на dS , получим, что элементарный поток вектора напряженности равен сумме элементарных потоков, создаваемых отдельными зарядами:

$$d\Phi = d\Phi_1 + d\Phi_2 + \dots + d\Phi_n.$$

Поскольку это справедливо для любой элементарной площадки, то, следовательно, выполняется и для любой поверхности:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_n. \quad (2)$$

Покажем теперь, что *поток напряженности электрического поля точечного заряда q , находящегося вне произвольной замкнутой поверхности S , через эту поверхность равен нулю.*



Построим очень узкий конус с вершиной в месте нахождения заряда q , пересекающий поверхность S , и найдем элементарные потоки через два очень маленьких (и поэтому практически плоских) участка поверхности, отсекаемых этим конусом на поверхности S :

$$d\Phi^{(1)} = E_1 dS_1 \cos \alpha_1 = -E_1 dS_{1\perp},$$

$$d\Phi^{(2)} = E_2 dS_2 \cos \alpha_2 = E_2 dS_{2\perp},$$

где $E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r_1^2}$, $E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r_2^2}$ и учтено, что в нашем случае угол α_1 тупой. В общем случае из двух углов α_1 и α_2 один всегда будет острым, а другой тупым, т.к. в силу замкнутости поверхности S ось конуса должна войти и выйти из области, ограниченной поверхностью S одинаковое число раз.

Из подобия следует, что площади сечений конуса, перпендикулярных его оси и расположенных на расстояниях r_1 и r_2 от его вершины, связаны соотношением:

$$\frac{dS_{1\perp}}{dS_{2\perp}} = \frac{r_1^2}{r_2^2},$$

Следовательно

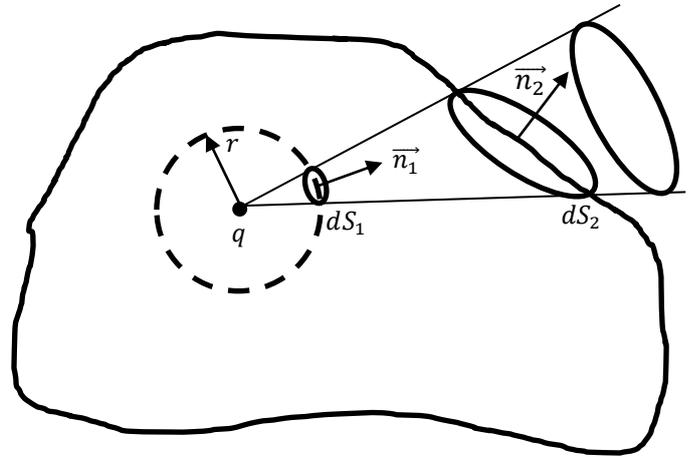
$$\frac{d\Phi^{(1)}}{d\Phi^{(2)}} = -\frac{r_2^2}{r_1^2} \times \frac{r_1^2}{r_2^2} = -1$$

или

$$d\Phi^{(1)} + d\Phi^{(2)} = 0.$$

Аналогичное взаимное уничтожение потоков происходит и для любой другой пары соответствующих участков поверхности S . Таким образом доказано, что поток напряженности электрического поля точечного заряда q , находящегося вне произвольной замкнутой поверхности S , через эту поверхность равен нулю.

Вычислим теперь поток вектора напряженности электрического поля, создаваемого точечным зарядом q , находящимся внутри произвольной замкнутой поверхности S_2 , через эту поверхность. Окружим заряд q сферической поверхностью S_1 радиуса r , находящейся полностью внутри поверхности S_2 . Рассуждая аналогично предыдущему, получим (см. рисунок), что в этом случае $d\Phi^{(1)} = d\Phi^{(2)}$, и, поэтому, поток через произвольную поверхность S_2 равен потоку через сферу S_1 . А поток напряженности электрического поля через сферу S_1 , очевидно, равен:



$$\Phi^{(1)} = \sum_{\text{по } S} E dS = E \sum_{\text{по } S} dS = E S_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Учитывая, что в силу (2) потоки векторов напряженности электрических полей, создаваемых различными зарядами алгебраически складываются, приходим к окончательной формулировке **теоремы Гаусса**: поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен полному заряду, заключённому внутри этой поверхности, деленному на электрическую постоянную, т.е.

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_{\text{внутр.}}$$

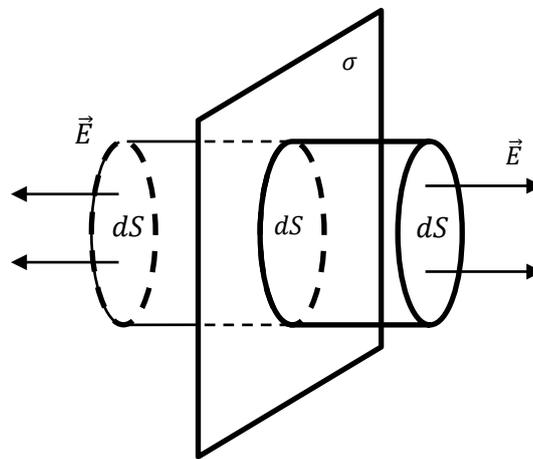
Напряженности электрических полей равномерно заряженной плоскости, сферы и шара

Используя теорему Гаусса, можно вычислять напряженность электрического поля, создаваемого заряженным телом при наличии существенной симметрии в распределении заряда.

Применим, например, теорему Гаусса для расчета напряженности электрического поля *равномерно заряженной плоскости*, т.е. плоскости, любые участки dS которой имеют одинако-

вый заряд dQ . Иными словами, **поверхностная плотность заряда** $\sigma \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dQ}{dS}$ на такой плоскости одинакова в любом месте плоскости.

Из симметрии распределения заряда относительно плоскостей перпендикулярных заряженной плоскости следует, что вектор \vec{E} всюду перпендикулярен заряженной плоскости. Выберем замкнутую поверхность в виде узкого цилиндра, расположенного симметрично относительно плоскости. Поток вектора напряженности электрического поля через боковую поверхность цилиндра очевидно равен нулю. Кроме того, из симметрии распределения заряда относительно заряженной плоскости следует, что потоки вектора напряженности через оба основания цилиндра площадью dS равны между собой и составляют $E_n dS$, т.е. полный поток равен



$$\Phi = 2E_n dS,$$

где \vec{n} – единичный вектор, перпендикулярный заряженной плоскости и направленный от неё. Но по теореме Гаусса поток Φ через поверхность цилиндра связан с зарядом $dQ = \sigma dS$ внутри цилиндра

$$\Phi = \frac{\sigma dS}{\epsilon_0}.$$

Из двух выражений для потока вектора напряженности электрического поля получим:

$$E_n = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (3)$$

Таким образом, *вектор напряженности электрического поля, создаваемого равномерно заряженной плоскостью, направлен перпендикулярно плоскости от неё, если заряд плоскости положительный, и к ней, если заряд плоскости отрицательный. При этом величина напряженности электрического поля во всех точках пространства одинакова, кроме точек самой плоскости, где она не определена.* На самом деле бесконечных равномерно заряженных плоскостей не существует. Однако можно показать, что *напряженность электрического поля равномерно заряженной пластины конечных размеров мало отличается от (3) в точках, расположенных вблизи пластины далеко от её краёв*, т.е. если $h \ll r$, где h – расстояние от данной точки до пластины, а r – минимальное расстояние от данной точки до края пластины.

Найдем теперь напряженность электрического поля, создаваемого сферой радиуса R , равномерно заряженной зарядом Q . Из симметрии распределения заряда относительно плоскостей

проходящих через центр сферы следует, что вектор напряженности электрического поля \vec{E} всюду направлен вдоль радиуса. Кроме того, из симметрии поворота относительно точки O следует, что E_n зависит только от расстояния до центра сферы. Здесь \vec{n} – единичный вектор, сонаправленный в каждой точке её радиус – вектору, взятому относительно точки O . Построим сферу радиуса r с центром в точке O . Поток вектора напряженности через эту сферу будет равен:

$$\Phi = E_n S = 4\pi r^2 E_n(r).$$

С другой стороны, по теореме Гаусса:

$$\Phi = \begin{cases} 0, & r < R, \\ \frac{Q}{\epsilon_0}, & r > R. \end{cases}$$

Отсюда

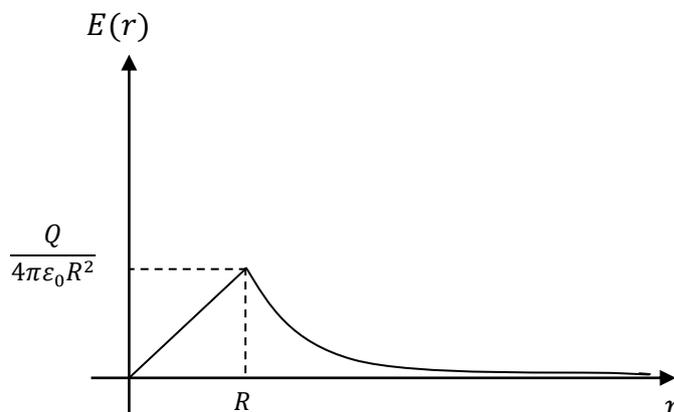
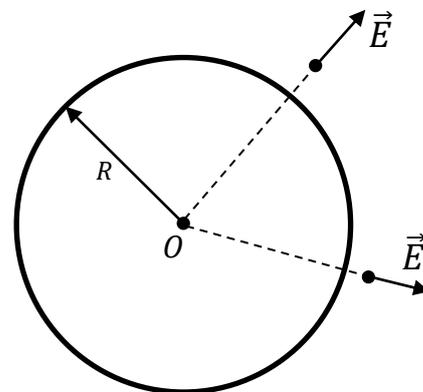
$$E_n(r) = \begin{cases} 0, & r < R, \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, & r > R. \end{cases}$$

Таким образом, напряженность электрического поля внутри равномерно заряженной сферы равна нулю, а вне равномерно заряженной сферы совпадает с напряженностью электрического поля точечного заряда Q , помещенного в центр сферы.

Найдём теперь напряженность электрического поля шара радиуса R с центром в точке O , равномерно заряженного зарядом Q . В этом случае (как и для равномерно заряженной сферы) распределение зарядов, создающих поле, обладает сферической симметрией. Поэтому такой же симметрией обладает и поле: вектор напряженности электрического поля в каждой точке направлен коллинеарно радиус – вектору этой точки, взятому относительно точки O , а модуль напряженности одинаков во всех точках, равноудаленных от центра шара. Поэтому поток Φ вектора напряженности через сферическую поверхность радиуса r с центром в точке O будет по-прежнему равен произведению $E_n(r)$ на площадь поверхности сферы:

$$\Phi = E_n(r) 4\pi r^2.$$

С другой стороны, по теореме Гаусса



$$\Phi = \begin{cases} \frac{4}{3} \frac{\pi r^3 \rho}{\varepsilon_0}, & r \leq R; \\ \frac{Q}{\varepsilon_0}, & r \geq R. \end{cases}$$

где $\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ – объемная плотность заряда в шаре. Сравнивая два последних соотношения, имеем:

$$E_n(r) = \begin{cases} \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r \equiv \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}, & r \leq R; \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, & r \geq R. \end{cases}$$

Таким образом, *электрическое поле, создаваемое равномерно заряженным шаром, вне этого шара неотличимо от поля точечного заряда той же величины, что и полный заряд шара, помещенного в центр шара.* Нетрудно понять, что это же утверждение справедливо для шара с любым сферически симметричным распределением заряда.

Аналогия между электрическим и гравитационным взаимодействием

Сравнивая закон всемирного тяготения Ньютона и закон Кулона, можно заметить, что между ними есть единственное принципиальное отличие: одноименные заряды отталкиваются, а одноименные массы притягиваются. Остальные различия формально устранимы заменой масс на заряды и гравитационной постоянной на $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$. Соответственно аналогом напряженности электрического поля системы точечных зарядов, будет *ускорение свободного падения пробной массы* под действием гравитационного притяжения системы точечных масс, которое естественно называть в таком контексте *напряженностью гравитационного поля*. Учитывая все сказанное нетрудно понять, что **теорема Гаусса для гравитационного поля** будет иметь вид: поток вектора напряженности гравитационного поля через произвольную замкнутую поверхность равен полной массе, заключённой внутри этой поверхности, умноженной на минус $4\pi G$, т.е.

$$\Phi = -4\pi G \sum m_{\text{внутр.}}$$

Действуя далее аналогично тому, как это делалось в предыдущем пункте для равномерно заряженных плоскостей, сфер и шара, нетрудно получить аналогичные формулы для напряженности гравитационного поля плоскости, сферы и шара с равномерным распределением масс, а также любого тела со сферическим распределением массы. Этим самым, в частности, будет доказано **утверждение 1**: на любое тело A массой M_A со стороны тела B массой M_B , *имеющего сферически симметричное распределение масс относительно точки O_B* , действует такая же сила, которая действовала бы на него со стороны частицы B_0 , имеющей массу M_B и помещенной в точку O_B . По третьему закону Ньютона это означает, что и на тело B со стороны тела A действует такая

же сила, которая действовала бы на частицу B_0 со стороны тела A . Но если тело A также имеет сферически симметричное распределение масс относительно некоторой точки O_A , то по утверждению 1 оно будет действовать на частицу B_0 с такой же силой, как действовала бы частица A_0 , имеющая массу M_A и помещенная в точку O_A . Таким образом, доказано сформулированное ранее следствие закона всемирного тяготения: *два шара со сферически симметричным распределением масс притягиваются друг к другу, таким образом, как если бы их массы были сосредоточены в центрах шаров.*

Силовые линии электрического поля

Чтобы описать электрическое поле, надо задать вектор напряженности этого поля в каждой точке пространства. До сих пор мы делали это аналитически. Однако представить электрическое поле можно и графически. Для этого пользуются **силовыми линиями**.

Определение. Силовой линией или линией напряженности электрического поля, называется направленная линия, касательная к которой в каждой точке направлена вдоль вектора напряженности \vec{E} .

Замечание. Касательная, как и всякая прямая, определяет два взаимно противоположных направления. Поэтому силовой линии приписывают определенное направление (связанное с направлением вектора \vec{E}) и отмечают его на чертеже стрелкой.



Чтобы при помощи силовых линий изображать не только направление, но и **величину** напряженности поля, условились на графиках проводить силовые линии, соблюдая «**правило густоты**». Т.е. так, чтобы число силовых линий, проходящих через единицу поверхности, перпендикулярной к силовым линиям, было пропорционально величине напряженности поля в данном месте. Но тогда число силовых линий, проходящих через любую замкнутую поверхность, будет пропорционально потоку Φ вектора \vec{E} через эту поверхность, и, следовательно (по теореме Гаусса) полному заряду, заключенному внутри этой поверхности. Отсюда следуют следующие важные свойства силовых линий электростатического поля:

- 1) силовые линии электростатического поля можно проводить, соблюдая «правило густоты» и не обрывая их при этом в пространстве между зарядами;
- 2) линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных; на каждом заряде начинается (или заканчивается) число линий, пропорциональное его величине.

Подчеркнем, что будь в законе Кулона хотя бы немного иная зависимость силы взаимодействия точечных зарядов от расстояния между ними, то теорема Гаусса была бы несправедлива, и провести силовые линии непрерывно, соблюдая при этом «правило густоты», было бы невозможно.

Импульс частицы. Импульс системы частиц. Изменение импульса. Импульс силы

Определение. Импульсом частицы называется произведение её массы на скорость:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Замечание. Импульс частицы является векторной величиной!

Так как в ньютоновской механике масса частицы от скорости не зависит, то изменение импульса частицы пропорционально изменению её скорости:

$$\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$$

и, следовательно, быстрота изменения импульса пропорциональна её ускорению:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

где \vec{F} – векторная сумма всех сил, действующих на частицу.

Таким образом, пользуясь понятием импульса, второй закон Ньютона можно записать в более компактном виде:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad (4)$$

Заметим, что как оказывается, в отличие от первоначальной формы записи второго закона Ньютона, уравнение (4) сохраняет свой вид при сколь угодно больших скоростях движения тел, и, следовательно, является более общим.

Определение. Импульсом системы частиц называется векторная сумма импульсов частиц, из которых состоит система:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \sum_{i=1}^N \vec{v}_i m_i.$$

Но, как мы знаем,

$$\sum_{i=1}^N \vec{v}_i m_i = M\vec{v}_c,$$

где M – полная масса системы частиц, а \vec{v}_c – скорость ее центра масс. Поэтому

$$\vec{p} = M\vec{v}_c$$

Таким образом, *импульс системы частиц равен произведению ее полной массы на скорость движения центра масс.*

Согласно уравнению движения центра масс системы

$$M \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \vec{F}_0,$$

где $\vec{F}_0 = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{i,\text{внешн}}$ – сумма всех внешних сил, действующих на частицы системы. Поэтому:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(M\vec{v}_c)}{dt} = M \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \vec{F}_0 = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{i,\text{внешн}}. \quad (5)$$

Таким образом, скорость изменения импульса системы частиц равна сумме всех внешних сил, действующих на частицы системы (**закон изменения импульса в дифференциальной форме**).

Уравнение (5), описывающее изменение импульса системы, можно представить в интегральном виде. Допустим вначале, что действующие на систему частиц внешние силы неизменны в течение некоторого промежутка времени Δt . Тогда из (5) следует, что

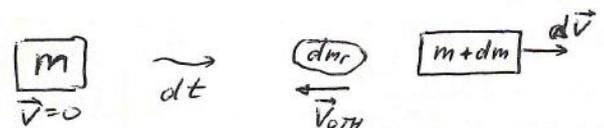
$$\Delta\vec{p} = \vec{p}(t + \Delta t) - \vec{p}(t) = \vec{F}_0 \Delta t = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{i,\text{внешн}} \Delta t.$$

Величина $\vec{F} \Delta t$ носит название **импульса силы \vec{F}** за время Δt . Поэтому последнее соотношение означает, что **изменение импульса системы за некоторый интервал времени равно суммарному импульсу всех внешних сил, действующих на систему, за это же время (закон сохранения импульса в интегральной форме)**. Данное утверждение остается справедливым и в том случае, если внешние силы изменяются с течением времени. Однако в этом случае импульс сил уже нельзя находить простым умножением вектора силы на интересующий нас интервал времени ΔT . В этом случае проще всего находить импульс силы графически. Мы уже знаем, что изменение проекции скорости на ось X равно алгебраической площади под соответствующим участком графика $a_x(t)$, умноженной на масштабный множитель. Учитывая аналогичность вида связи \vec{p} и \vec{F} ($\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$) виду связи \vec{v} и \vec{a} ($\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$), нетрудно понять, что изменение проекции импульса на ось X также равно алгебраической площади под соответствующим участком графика $F_x(t)$, умноженной на масштабный множитель. Полученная таким образом величина и будет равна проекции импульса силы \vec{F} за соответствующий интервал времени на ось X.

Реактивное движение. Уравнение Мещерского

Закон изменения импульса в интегральном виде позволяет получить уравнение, описывающее движение ракеты. Пусть в некоторый момент времени ракета в какой-то инерциальной системе отсчета имеет нулевую скорость. Если двигатель ракеты работает, и на ракету кроме того действует внешняя сила \vec{F} , то

спустя малое время dt скорость ракеты изменится на малую величину $d\vec{v}$. Пусть работающий двигатель за время dt выбрасывает газы массой



dm_r со скоростью $\vec{v}_{\text{отн}}$ относительно ракеты. Тогда, пользуясь законом изменения импульса получим:

$$(m + dm)d\vec{v} + dm_{\Gamma}\vec{v}_{\text{отн}} - \vec{0} = \vec{F}dt,$$

где $(m + dm)d\vec{v}$ – импульс ракеты без газов, $dm_{\Gamma}\vec{v}_{\text{отн}}$ – импульс газов, $\vec{0}$ – начальный импульс ракеты.

Полная масса системы сохраняется, поэтому $dm = -dm_{\Gamma}$. Раскрывая скобки получим:

$$md\vec{v} - dm\vec{v}_{\text{отн}} + dmd\vec{v} = \vec{F}dt.$$

Так как рассматриваемый интервал времени dt мал, то $dm \ll m, d\vec{v} \ll \vec{v}_{\text{отн}}$, поэтому слагаемым $dmd\vec{v}$ можно пренебречь, по сравнению с двумя другими. Разделив обе части уравнения на dt , окончательно имеем:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \mu\vec{v}_{\text{отн}} + \vec{F}, \quad (6)$$

где $\mu = \frac{dm}{dt}$ – скорость расхода топлива двигателем ракеты (кг/с). Уравнение (6) получено в определенной инерциальной системе отсчета, но, разумеется, вследствие принципа относительности Галилея, оно справедливо и в любой другой инерциальной системе отсчета. Это уравнение было впервые получено Мещерским и носит его имя. Заметим, что оно имеет вид второго закона Ньютона. Однако масса ракеты здесь не постоянна, а убывает с течением времени. Поэтому $\mu = \frac{dm}{dt} < 0$, а следовательно $\mu\vec{v}_{\text{отн}} \uparrow \downarrow \vec{v}_{\text{отн}}$. Первое слагаемое в правой части уравнения можно рассматривать как **реактивную силу**, то есть силу, с которой действуют на ракету вылетающие из нее газы: $\vec{F}_{\text{реакт}} = \mu\vec{v}_{\text{отн}} = -|\mu|\vec{v}_{\text{отн}}$.

Закон сохранения импульса системы частиц

Ранее мы доказали, что скорость изменения импульса системы равна сумме всех внешних сил:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{i,\text{внешн}}.$$

Отсюда, следует, что, если на каждую из частиц системы внешние силы не действуют (такую систему частиц в механике обычно называют **замкнутой или изолированной**), а также если сумма всех внешних сил, действующих на систему, равна нулю, то импульс системы частиц в инерциальной системе отсчета не изменяется (**закон сохранения импульса**).

Замечания: 1. Утверждение $\vec{p} = \overline{const}$ равносильно утверждению, что скорость центра масс $\vec{v}_c = \overline{const}$. В частности, центр масс изолированной системы движется равномерно и прямолинейно.

2. Импульс векторная величина. В законе сохранения речь идет о сохранении не только величины, но и направления импульса!

3. Если сумма внешних сил не равна нулю, но можно выбрать такое постоянное направление, в проекции на которое сумма внешних сил равна нулю, то *проекция импульса на это направление меняться не будет* (хотя вектор \vec{p} может изменяться). Другими словами, если $\Sigma_{i=1}^N (\vec{F}_{i, \text{внешн}})_x = 0$, то $p_x = \text{const.}$

4. Приведенный вывод закона сохранения импульса опирался на II и III законы Ньютона. Почему же закон сохранения импульса выделяется в физике в самостоятельный закон? Для этого есть, по крайней мере, две причины: 1) закон сохранения импульса имеет интегральный характер, так как связывает два состояния физической системы, разделенные конечным, может быть даже большим, промежутком времени, и не зависит от деталей процесса внутри этого промежутка. Второй же закон Ньютона требует знания всех сил, действующих на все частицы системы в каждый момент времени; 2) закон сохранения импульса применим не только в классической (ньютоновской) механике. Он является одним из фундаментальных законов физики и отражает, как оказывается, однородность пространства, т.е. инвариантность физических законов относительно пространственных сдвигов.

5. Может оказаться, что *сумма внешних сил, действующих на систему частиц не равна нулю, но имеет конечную величину, а интересующий нас интервал времени очень мал ($\Delta t \rightarrow 0$)*. Тогда, очевидно, импульс внешних сил за этот интервал времени мал, и, следовательно, *импульс системы почти не меняется*. То есть закон сохранения импульса выполняется приближенно. Это очень распространенный в физике случай. Он имеет место при различных быстротекущих процессах, обусловленных большими внутренними силами: взрывы, удары и т.п. Аналогичная ситуация возникает, если *проекция внешних сил на какое-то направление не равна нулю, но имеет конечную величину, а интересующий нас интервал времени мал*. В этом случае *приближенно сохраняется проекция импульса на это направление*.

Пример 1. Взрыв снаряда в воздухе: время взрыва $\Delta t \rightarrow 0$, а единственная внешняя сила (сила тяжести mg) остается все время постоянной, ограниченной и не зависит от длительности взрыва. Поэтому можно считать, что $mg\Delta t$ очень мало и суммарный импульс частей снаряда за время взрыва практически не меняется.

Пример 2. Удар тела о вертикальную гладкую стенку. В этом случае опять Δt мало, а сила тяжести mg постоянна и конечна. Поэтому вертикальная проекция импульса тела сохраняется. В горизонтальном же направлении на тело действует сила нормальной реакции стенки N , которая может достигать больших величин, поэтому импульс силы N за время Δt оказывается конечной величиной и горизонтальная проекция импульса тела не сохраняется.

