

3 тур интернет-олимпиады СУНЦ МГУ

Математика

7 класс

1. Можно ли расставить несколько фишек в клетки таблицы 6×6 так, чтобы в каждой строке было ровно три фишки, а в каждом столбце — либо одна, либо четыре? (В каждую клетку можно поставить не более одной фишки.)
2. Вася выбрал шестизначное число \overline{ABCDEF} (разными буквами обозначены разные цифры). Оказалось, что

$$3 \cdot \overline{ABCDEF} = 4 \cdot \overline{DEFABC}.$$

Какое число изначально мог задумать Вася? Приведите все возможные ответы и докажите, что других нет.

3. Доска 1000×1000 раскрашена в шахматном порядке в белый и черный цвет. Эту доску разрезали на квадраты с нечетными длинами сторон, в каждом квадрате отметили центральную клетку. Докажите, что белых и черных клеток отмечено поровну.
4. Десятичная запись числа $5 \cdot N$, где N — натуральное число, состоит из двухсот пятерок и двухсот шестерок (порядок цифр может быть любым). Чему может быть равна сумма цифр числа N ? Приведите все возможные ответы и докажите, что других нет.
5. Вне правильного пятиугольника $ABCDE$ выбрана точка X такая, что $\angle XAE = 90^\circ$ и длина отрезка CX равна длине стороны пятиугольника. Найдите величину угла CXA .