

## Третий тур олимпиады для 7-8 классов

Предпочтительная форма оформления работы – создание одного файла с решениями всех заданий, которые вы выполните (в том числе можно создать один файл из рукописных сканов работ). В этом случае за работу **начисляется один дополнительный балл**. Если, дополнительно, все решения, включая формулы, таблицы и другие необходимые для иллюстрации решения элементы, были набраны в текстовом редакторе (процессоре), то **начисляется еще один балл**.

Каждое задание само по себе вне зависимости от способа оформления оценивается из 6 баллов. В том числе баллы снимаются за недостаточную строгость обоснования даже при наличии правильного ответа.

### Задача 1

У Сан Саныча в бочке 20 литров керосину. Сосед просит налить ему 5 литров, а сам пришел с ведрами на 7 и 13 литров. Как Сан Санычу отлить 5 литров в ведро соседа?

Обозначьте бочку буквой Б, а ведра – В (13 л) и Г (7 л). Запишите ответ в виде цепочки пар букв. Например: БВ, ВГ (из бочки отлили 13 л в ведро-13, затем из ведра-13 отлили 7 л в ведро-7 (и в нём осталось 6 л) и т.д.

Ответ:

БВ, ВГ, ГБ, ВГ, БВ, ВГ, ГБ, ВГ, **ГБ**

Или любой другой верный ответ.

Разбор:

Заметим, что у нас взаимно простые числа 7 и 13. Значит если перебирать их остатки, то мы можем получить любое число до 13. Тогда можно перебирать, переливая из 13 в 7 (опустошая 7 при заполнении). Тогда в какой-то момент окажется ровно 5 литров.

Критерии

Правильный ответ – 6 баллов. Забыли вылить из второго ведра – 4 балла, неправильное решение – 0 баллов. 5 литров в бочке – 0 баллов (как их перелить в ведро?)

### Задача 2

Сейчас все больше устройств оснащаются встроенным компьютером. Известно, что чаще всего выходят из строя три узла компьютера –  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Выяснить, какой именно узел надо заменить, можно по сигнальным лампочкам на контрольной панели:  $x$ ,  $y$  и  $z$ .

Инструкция по выявлению неисправных узлов такова:

- 1) если неисправен хотя бы один из узлов компьютера, то горит, по крайней мере, одна из лампочек  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ;
- 2) если неисправен узел  $a$ , но исправен узел  $c$ , то загорается лампочка  $y$ ;
- 3) если неисправен узел  $c$ , но исправен узел  $b$ , загорается лампочка  $y$ , но не загорается лампочка  $x$ ;
- 4) если неисправен узел  $b$ , но исправен узел  $c$ , то загораются лампочки  $x$  и  $y$  или не загорается лампочка  $x$ ;
- 5) если горит лампочка  $x$  и при этом либо неисправен узел  $a$ , либо все три узла  $a$ ,  $b$ ,  $c$  исправны, то горит и лампочка  $y$ .

На контрольной панели загорелась лампочка  $x$ . Какие узлы надо заменить? В каких случаях данная инструкция не поможет? Ответ обосновать.

Ответ:

В и С. Инструкция не поможет, когда горит лампочка у (и любые другие), либо горит только лампочка z.

Разбор:

Задачу будем решать алгебраическим методом. Выделим 6 простых высказываний:

$A = \{\text{Узел a неисправен}\};$

$B = \{\text{Узел b неисправен}\};$

$C = \{\text{Узел c неисправен}\};$

$X = \{\text{Горит лампочка x}\};$

$Y = \{\text{Горит лампочка y}\};$

$Z = \{\text{Горит лампочка z}\}.$

Далее, запишем пять утверждений задачи в виде логических формул. Так как каждое утверждение истинно, то истинна и их конъюнкция. Максимально упростим полученное логическое выражение. При этом оно получится все равно достаточно громоздким. Но если в это выражение подставить конкретные значения  $X = 1, Y = 0, Z = 0$ , то логическое выражение станет очень компактным, и можно сразу получить ответ на вопрос задачи. Путешественник заменил блоки b и c, блок a замены не требовал. Инструкция не поможет, когда горит лампочка у.

Критерии

Правильно дан ответ ВС и есть обоснование – 3 балла, правильно дан ответ по лампочке у с обоснованием – 3 балла. За отсутствие обоснования в каждой части минус 1 балл. За правильный ход мыслей, но ошибки при решении второй подзадачи даётся 1 балл. За вторую подзадачу и ответ z или одной конкретной ситуации поломки даётся 1 балл.

Задача 3

Восстановите все цифры в примере (1 звёздочка – 1 цифра, знак ? – кол-во цифр не указано).

$$\begin{array}{r} * * * * * \quad | \quad ? \\ - * * * \quad \quad * * 8 \\ \hline * * \\ - * * \\ \hline 0 \end{array}$$

Ответ:

10896/12=908

Разбор:

Заметим, что у нас всего 2 вычитания, а цифр в ответе 3. Значит вторая цифра – 0.

$$\begin{array}{r} * * * * * \quad | \quad ? \\ - * * * \quad \quad * 0 8 \\ \hline * * \\ - * * \\ \hline 0 \end{array}$$

Также заметим, что 8, умноженное на наше число, даёт двузначное число, а первая разность содержит трёхзначное число, значит, первая цифра больше 8, то есть 9.

$$\begin{array}{r}
 * * * * * \mid ? \\
 - * * * \phantom{00} \\
 \hline
 \phantom{* * * * *} * * \\
 - * * \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Аналогично рассуждая можно заметить, что делитель при умножении на 8 даёт двухзначное число, значит, что он меньше или равен 12, а при умножении на 9 даёт трёхзначное число, значит делить больше или равен 12. Из этого понятно, что исходный делитель равен 12, а делимое  $12 * 908 = 10896$ .

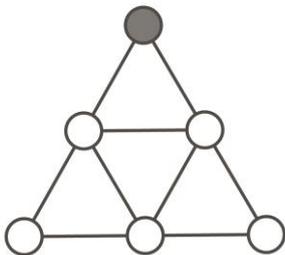
$$\begin{array}{r}
 10896 \mid 12 \\
 - 108 \phantom{00} \\
 \hline
 \phantom{108} 96 \\
 - 96 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

### Критерии

Правильный ответ с обоснованием – 6 баллов, отсутствие объяснения минус 2 балла.

### Задача 4

Сколько различных деревьев получится в результате удаления ребер показанного ниже графа? Деревья считаются различными, если у них различное множество ребер. Деревом называется связанный граф без циклов. Ответ обоснуйте.



Ответ:

54

Разбор:

Данную задачу можно было решать перебором или написать программу. Приведём пример программы на Python, который решает поставленную задачу: занумеруем вершины с 0 до 5 (сверху вниз, слева направо). Рёбра также занумеруем с 0 до 8. Заметим, что в дереве будет ровно 5 рёбер. И при этом граф должен быть связным. Программа генерирует все возможные различные по набору пятёрки рёбер и проверяет связность графа (12345 и 21345 это один и тот же набор). Если данный набор рёбер даёт связный граф, то он учитывается в ответе.

```

from itertools import combinations

def dfs(gr, us, k = 0):
    us[k] = True
    cnt = 1
    for v in gr[k]:
        if not us[v]:
            cnt += dfs(gr, us, v)
    return cnt

def gen_ans():
    d = [(0, 1), (0, 2), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (4, 5)]
    ans = 0
    for i in combinations(list(range(9)), 5):
        gr = [[] for j in range(6)]
        for x in i:
            gr[d[x][0]].append(d[x][1])
            gr[d[x][1]].append(d[x][0])
        if dfs(gr, [False] * len(gr)) == len(gr):
            ans += 1
    print(*i)
    print(ans)

gen_ans()

```

## Критерии

Правильный ответ с обоснованием – 6 баллов, правильный ответ без обоснования – 4 балла, неправильный ответ с частично приведёнными (не меньше 10) вариантами – 2 балла, неправильный ответ с частично приведёнными (не меньше 5) вариантами – 1 балл.

## Задача 5

Читальный зал школьной библиотеки часто посещается учениками на переменах. Для того, чтобы легко было найти среди множества книг нужную, они упорядочены по алфавиту (книги могут повторяться). Ученики часто зачитываются книгами до самого звонка и, к сожалению, не всегда ставят их на нужное место. В итоге, после перемены книги стоят на полке совсем не по алфавиту, и библиотекаря приходится тратить много времени для того, чтобы все привести в порядок.

Ребята пожалели библиотекаря и на кружке юных электронщиков создали робота-помощника. Так как они еще только учились делать серьезные вещи, то робот умел делать далеко не все, что хотелось бы, а точнее только следующие действия:

- прочитать и запомнить названия книг и их расположение;
- брать сразу две или три рядом стоящие книги и ставить их в том же порядке в начало полки (брать одну книгу или более трех он не может).

После перемены на одной из полок книги расположились следующим образом

**Повесть о настоящем человеке**

**Война и мир**

**Целина**

**Война и мир**

**Целина**

**Приключения Тома Сойера**

Напишите набор команд, которые должен выполнить робот, чтобы все книги расположились по алфавиту.

Каждое действие робота записывается в отдельной строке в виде двойки чисел  $x$   $y$ , отделённых друг от друга пробелом. Такая запись означает, что робот должен взять книги,

начиная с номера x и заканчивая номером y и поставить их в начало полки. Здесь под номером книги подразумевается, какой по счёту от начала стоит книга в текущий момент. Затем приводится состояние полки после выполнения данной команды. Затем указывается следующая команда и т.д.

Чем меньше команд вы используете, тем выше будет балл.

Ответ:

4 команды

**Повесть о настоящем человеке**  
**Война и мир**  
**Целина**  
**Война и мир**  
**Целина**  
**Приключения Тома Сойера**

4 6

**Война и мир**  
**Целина**  
**Приключения Тома Сойера**  
**Повесть о настоящем человеке**  
**Война и мир**  
**Целина**

3 5

**Приключения Тома Сойера**  
**Повесть о настоящем человеке**  
**Война и мир**  
**Война и мир**  
**Целина**  
**Целина**

2 4

**Повесть о настоящем человеке**  
**Война и мир**  
**Война и мир**  
**Приключения Тома Сойера**  
**Целина**  
**Целина**

2 3

**Война и мир**  
**Война и мир**  
**Повесть о настоящем человеке**  
**Приключения Тома Сойера**  
**Целина**  
**Целина**

Разбор:

В данной задаче можно либо попытаться придумать алгоритм перемещения, либо перебором искать короткую последовательность действий. Именно последним способом мы и воспользуемся. Для этого напишем программу для перебора различных комбинаций:

```

def rec(s):
    q = [[s, [-1, -1], -1]]
    i = 0
    while i < len(q):
        s = q[i][0]
        if s == sorted(q[i][0]):
            break
            for j in range(1, len(s)):
                if j <= len(s) - 2:
                    q.append([s[j:j + 2] + s[:j] + s[j + 2:], [j, j+2], i])
                if j <= len(s) - 3:
                    q.append([s[j:j + 3] + s[:j] + s[j + 3:], [j, j+3], i])
            i += 1
    return q, i

q, i = rec(['Повесть о настоящем человеке', 'Война и мир', 'Целина', 'Война и мир',
           'Целина', 'Приключения Тома Сойера'])
ans = []
while i != -1:
    ans.append(q[i][0])
    ans.append(q[i][1])
    i = q[i][2]
ans = ans[-2::-1]
for i in ans:
    if len(i) == 2:
        print(i[0] + 1, i[1])
    else:
        for j in i:
            print(j)

```

## Критерии

Правильный ответ – 6 баллов. Не указаны промежуточные этапы или диапазоны минус 2 балла. Неоптимальная сортировка – количество баллов вычисляется по формуле 10 минус количество Ваших действий, но не меньше 2.

В данной задаче очень часто допускаются ошибки по невнимательности перед тем как подавать апелляцию **ВНИМАТЕЛЬНО** проверьте все переходы ещё раз!

Для проверки можете использовать следующий код:

Входные данные подаются в виде: в каждой строчке по вашей команде из 2 чисел через пробел. После всех ваших команд надо отправить команду 0 0. Например:

```

4 6
3 5
2 4
2 3
0 0

```

```

s = ['Повесть о настоящем человеке', 'Война и мир', 'Целина', 'Война и мир',
     'Целина', 'Приключения Тома Сойера']
s1 = ['Повесть о настоящем человеке', 'Война и мир', 'Целина', 'Война и мир',
      'Целина', 'Приключения Тома Сойера']
a, b = map(int, input().split())
while a != 0:
    if 1 <= a <= 6 and 1 <= b <= 6 and (b - a == 1 or b - a == 2):
        a -= 1
        s = s[a:b] + s[:a] + s[b:]
        print(s)
        a, b = map(int, input().split())
    else:
        print('ERROR', a, b)
        break
print(s)
print(sorted(s1) == s)

```