Олимпиада «Математическая реальность» (ОМаР)
Младшая лига. 30.10.2018

1. Известно, что если взять два одинаковых кубика и на каждую из их 12граней нанести специальным образом по одной цифре, то, прикладывая эти кубики друг к другу, можно составить из них любую потенциальную дату месяца: $01, 02, \ldots, 30, 31$ (см. рисунок). Дед Мороз, готовя новогодние подарки, решил использовать эту идею для сувенирныхнастольных календарей, но так, чтобы в каждом из них была своя индивидуальная пара кубиков. Сколькими способами можно изготовить такую пару при соблюдении следующих трёх правил:

   а) кубики в данной паре равноправны;
   б) конкретное расположение цифры на данной грани не имеет значения;
   в) любые распределения данной шестёрки цифр по граням одного кубика считаются одинаковыми?

2. В кабинете у профессора Преображенского висели часы с маятником, которые после появления Шарикова стали почему-то отставать на 2ч в сутки. Профессор вспомнил, что период колебаний маятника пропорционален корню квадратному из его длины,и укоротил маятник на 1см. После этого часы стали отставать лишь на 1ч в сутки. На сколько сантиметров ему нужно укоротить этот маятник ещё, чтобы часы пошли точно?

3. Циферблат часов фиксированного диаметра собираются покрыть серебром и золотом в соответствии с каким-либо из рисунков 1, 2, 3 или 4, на которых белый цвет— серебро, а другой— золото.Какой из четырёх предложенных дизайнов циферблата окажется более экономным, если золото дороже серебра?

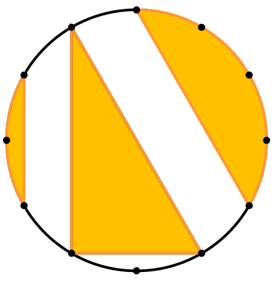
Рис.1.

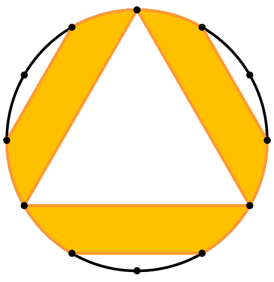
Рис.2.

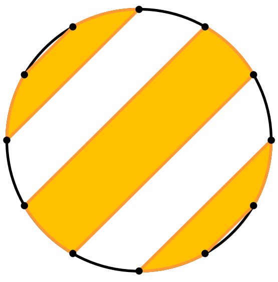
Рис.3.

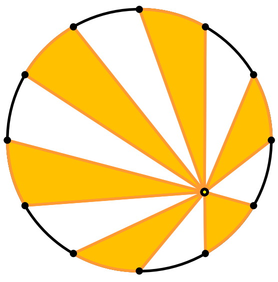
Рис.4.

Олимпиада «Математическая реальность» (ОМаР)
Старшая лига. 30.10.2018

1. Известно, что если взять два одинаковых кубика и на каждую из их 12граней нанести специальным образом по одной цифре, то, прикладывая эти кубики друг к другу, можно составить из них любую потенциальную дату месяца: $01, 02, \ldots, 30, 31$ (см. рисунок). Дед Мороз, готовя новогодние подарки, решил использовать эту идею для сувенирных настольных календарей, но так, чтобы в каждом из них была своя индивидуальная пара кубиков. Сколькими способами можно изготовить такую пару при соблюдении следующих трёх правил:

   а) кубики в данной паре равноправны;
   б) конкретное расположение цифры на данной грани не имеет значения;
   в) распределения данной шестёрки цифр по граням одного кубика считаются одинаковыми, если они совмещаются поворотами этого кубика?

2. Давно замечено, что год жизни для маленького ребенка длится целую вечность, а для пожилого человека пролетает почти мгновенно. Это объясняется тем, что когда человек уже прожил время t, ему кажется, что он прожил некоторое время$x(t)$ (искажённое в его сознании). При этом малый интервал Δt истинного времени воспринимается им не абсолютно, а как кажущийся ему интервалΔx (также искажённый), который в$x(t)$раз короче истинного (отсюда и следует, что чем больше величина $x(t)$, тем меньше кажется ему этот интервал). Какой при этом может быть функция$x(t)$?

3. Около 70 лет назад шведская фирма TetraPak изобрела оригинальную упаковку для молока в форме треугольной пирамиды (тетраэдра). Её преимуществом является простота изготовления: полоса из специального картона склеивается в трубу, её наполняют молоком, пережимают в двух чередующихся перпендикулярных направлениях и склеивают по образовавшимся ребрам (жёсткости), затем её сдвигают на один пакет вниз и процесс повторяется, а в конце полученная гирлянда из пакетов разрезается по этим ребрам. Однако такие пакеты было не очень удобно транспортировать, и для них был придуман специальный шестиугольный контейнер: его дно имеет вид шестиугольной пирамиды, на грани которой кладется первый слой пакетов, а в зазоры между ними — второй слой, образующий вверху шестигранную выемку, в которую и укладывается последний слой. Какой ширины надо взять полосу картона, чтобы пакеты получались объемом $V = 0{,}5$л?