

Примеры конкурса по математическому моделированию
(срок выполнения: 1,5 дня; подготовка презентации: 6-8 часов)

«Биологичность» примеров следует рассматривать как случайное совпадение

Задача 1. Стадо и хищник

Многие дикие животные, являющиеся потенциальными жертвами каких-либо хищников, в опасной ситуации формируют плотные группы — стада, стаи, табуны и т.п., тем более плотные, чем выше опасность нападения хищника. Очевидно, такое поведение эволюционно выгодно, т.е. в некоторых случаях уменьшает риск гибели животных, следующих стратегии образования группы. Риск может снижаться, как для всех животных в группе («кооперативный эффект»), так и только для тех животных, которые оказались в наиболее выгодной части группы, при увеличении риска для животных, оказавшихся в менее выгодной позиции («эффект внутривидовой конкуренции»).

Постройте математическую модель поведения животных-жертв, на основании нескольких простых (доступных для инстинктивного выполнения) правил описывающую их передвижение. В результате эта модель должна воспроизводить формирование правдоподобного «стада» из практически любого начального распределения животных-жертв по пространству и адекватную реакцию «стада» на атаку хищника.

Используйте следующие предположения:

- а) животные-жертвы передвигаются по плоской поверхности земли, не летают и не совершают больших прыжков;
- б) животные-жертвы спасаются от хищника бегством и не вступают в активные схватки с ним;
- в) хищник нападает в одиночку;
- г) хищник преследует ближайшую к нему жертву.

Исследуйте несколько разных вариантов правил поведения животных-жертв. Исследуйте действие правил на группах разной численности – от малой (например, 10 особей) до большой (1000 и более особей).

Сравните эффективность различных правил поведения животных-жертв с точки зрения их выживания при атаках хищника; проведите сравнение правил как между собой, так и с «нулевым правилом», т.е. отсутствием каких-либо правил, приводящим к случайному блужданию животных-жертв без образования групп.

Задача 2. Американский лось

До прибытия европейских колонистов в Северную Америку её биоразнообразие было намного больше, чем сейчас, в XXI веке. До колонизации в Северной Америке были широко распространены такие животные как американский бизон, восточный лось, восточная пума, волк. Однако с колонизацией пришли предрассудки и обычаи Старого Света. За 250 лет в восточной части США все эти виды были уничтожены или вымерли. В течение XX столетия предпринимались усилия, чтобы остановить исчезновение североамериканской фауны: создавались национальные парки и заповедники, а во второй половине XX века осуществлялось искусственное заселение фауны в естественную среду обитания. Этот процесс производился с несколькими разными видами, но больше всего внимания уделялось американскому лосю.

Для заселения национального парка Great Smokey Mountain National Park (GSMNP) использовались лоси подвида «лось манитобский» (*Cervus canadensis manitobensis*), поскольку подвид лосей, ранее обитавших в восточной части США (*Cervus canadensis canadiensis*), был полностью уничтожен в начале XIX века. Манитобские лоси приспособлены к условиям северо-запада США и канадских прерий: они отличаются меньшими размерами, другой чувствительностью к болезням, другими пищевыми предпочтениями и т.д. Поэтому основным вопросом программы восстановления лосей в GSMNP стала возможность выживания популяции манитобского лося в этом национальном парке.

Используя нижеприведенную статистику по популяции манитобского лося в GSMNP, постройте математическую модель, предсказывающую дальнейшую динамику его численности. Ответьте на следующие вопросы:

- Сохранится ли данная популяция лосей или вымрет (при сохранении текущих условий)? Какова будет численность популяции через 5, 10, 20 лет?
- Какие факторы больше всего влияют на популяцию? Улучшение каких факторов принесет наибольшую пользу популяции? Ухудшение каких факторов принесет наибольший вред популяции?

Год	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Выпущено лосей	25	27					5				
Родилось	4	2	10	8	10	13	19	19	19	25	19
Умерло от:											
- браконьерства				1					1	1	
- болезней	1	5	2	6	2			3	2	3	
- несчастных случаев			1			1	1	1		2	
- хищников	1		1	2	5	1	4		2		
- неизвестных причин				3				5	3	2	3
Размер популяции	27	51	57	53	56	67	86	96	107	124	140