

3 тур интернет-олимпиады СУНЦ МГУ

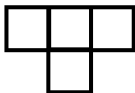
9 класс

1. На острове живут два племени: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды эти племена сыграли между собой товарищеский матч по футболу, на который было приглашено 60 болельщиков. Всего за игру было забито 40 голов. После каждого из голов ровно один болельщик расстраивался и уходил со стадиона со словами "Теперь среди оставшихся болельщиков лжецов больше, чем рыцарей". Сколько рыцарей пришло на матч?

2. В стране несколько городов, некоторые пары из них соединены дорогами. Два города назовём *соседними*, если между ними проведена дорога. Обязательно ли можно каждому городу присвоить натуральное число так, чтобы среди двух чисел, присвоенных любым соседним городам, одно делилось на другое, а среди двух чисел, присвоенных любым не соседним городам, ни одно из них не делилось на другое?

3. Петя задумал действительное число t . Он заметил, что если взять наибольшее целое число, не превосходящее t , умножить его на 8, а затем вычесть 7, то получится квадрат исходного числа. Что мог задумать Петя?

4. Клетки таблицы 2018×2018 раскрашены в 4 цвета. Рассмотрим все способы размещения внутри этой таблицы Т-тетраминошки (см. рис., фигурку можно поворачивать). Докажите, что Т-тетраминошка содержит клетки четырёх разных цветов менее чем в 51% из этих способов.



5. Точка I — центр вписанной окружности треугольника ABC . Прямая AI пересекает описанную около треугольника окружность в точке D . Известно, что $\angle BIC = 120^\circ$, $ID = \frac{7}{\sqrt{3}}$ и $BC - AB = 2$. Найдите AI .