

2 тур интернет-олимпиады СУНЦ МГУ

9 класс

1. Натуральное число N больше 10^{10} , и притом делится на 99. Какая наименьшая сумма цифр у него может быть?

2. Петя и Вася бежали по одинаковому маршруту. Петя бежал первую треть маршрута со скоростью 5 км/ч, а остальную часть — со скоростью 15 км/ч. Вася же бежал первую половину маршрута со скоростью 6 км/ч, а вторую — со скоростью 12 км/ч. В итоге Вася на свою пробежку потратил на $N\%$ больше времени, чем Петя. Найдите $4N$.

3. В шестиугольнике $ABCDEF$ все стороны имеют длину 1, а все углы равны 120° . Точка X на прямой AB такова, что $\angle XDE = 45^\circ$. Сколько градусов составляет угол AXF ?

4. Каково наименьшее возможное значение выражения

$$9a^2 - 12ab + 6a + 5b^2 - 14b + 32,$$

если a и b — действительные числа?

5. У Пети в руках стандартная колода из 36 игральные карт (четыре шестёрки, четыре семёрки, ..., четыре туза). Сколькими способами он может выбрать из неё четыре карты, любые две из которых разной масти и разного достоинства?

6. Натуральное число N назовём *красивым*, если сумма квадратов любых N простых чисел, больших 3, всегда делится на N . Найдите наибольшее красивое число.