

## 2 тур интернет-олимпиады СУНЦ МГУ

10 класс

1. Натуральное число  $N$  больше  $10^{2017}$ , и притом делится на 99. Какая наименьшая сумма цифр у него может быть?

2. Каково наименьшее возможное значение выражения

$$13a^2 - 12ab - 18a + 5b^2 - 14b + 69,$$

если  $a$  и  $b$  — действительные числа?

3. У Пети в руках стандартная колода из 52 игральные карты (четыре двойки, четыре тройки,  $\dots$ , четыре туза). Сколькими способами он может выбрать из неё четыре карты, любые две из которых разной масти и разного достоинства?

4. У квадратного уравнения  $x^2 + kx + l = 0$  оба корня — натуральные числа. Известно, что  $l + 2k = 97$ . Найдите  $l$ .

5. 24 точки, находящиеся в трёхмерном пространстве, таковы, что никакие 3 из них не лежат на одной прямой. Для каждого трёх из них плоскость, их содержащая, покрашена в красный цвет. Известно, что красных плоскостей менее 2018. Каково наибольшее возможное количество красных плоскостей?

6. В шестиугольнике  $ABCDEF$  все стороны имеют длину 1, а все углы равны  $120^\circ$ . Точка  $M$  на диагонали  $AC$  и точка  $N$  на диагонали  $CE$  таковы, что  $\frac{AM}{AC} = \frac{CN}{CE} = s$ . Известно, что точки  $B$ ,  $M$  и  $N$  лежат на одной прямой. Найдите  $42s^2$ .