

Комбинаторика и логика

Младшая лига

1. В каком порядке надо переставить числа $1, 2, \dots, 2017$, чтобы для полученного в результате набора $a_1, a_2, \dots, a_{2017}$ выражение

$$1 \cdot a_1 + 2 \cdot a_2 + \dots + 2017 \cdot a_{2017}$$

имело наименьшее значение?

(И. Н. Сергеев)

2. На складе в тёмной комнате разбросаны 24 тапочка, которые первоначально образовывали 12 пар: 3 разных цветов и 4 разных фасонов (одинаковых пар не было). Какое наименьшее число тапочек должен вынести из комнаты продавец, чтобы *наверняка* предъявить покупателю 2 пары тапочек разных цветов и одновременно разных фасонов?

(С. Б. Гашков)

3. Из любой ли возрастающей последовательности натуральных чисел можно выбрать такую *подпоследовательность* (т.е. проредить её, убрав часть членов), чтобы выполнялось одно из двух:

- 1) либо каждый её член делится на любой меньший;
- 2) либо наоборот, ни один её член не делится ни на какой другой?

(И. Н. Сергеев)

4. Из сувениров 6 видов составили 5 различных подарочных комплектов, содержащих по 3 разных сувенира каждый. Можно ли утверждать, что какие-то 2 из этих комплектов содержат *ровно* 1 общий сувенир?

(С. Б. Гашков)

5. На столе лежат 30 красных и 50 зелёных камней. Два игрока, Петя и Вася, ходят поочерёдно: при каждом ходе игрок выбирает цвет и удаляет произвольное (по своему усмотрению) число камней этого цвета, являющееся делителем числа камней другого цвета на момент хода (ноль делится на любое натуральное число). Выигрывает тот, кто берёт последний камень. Кто из них имеет *гарантированный шанс* выиграть, если Петя ходит первым?

(предложил И. А. Шейтак)