

Интернет-олимпиада 8 класс 3 этап. Решения.

1. В калориметр при нормальном атмосферном давлении влили 2 кг жидкого свинца и добавили 2 кг жидкого цинка. Обе жидкости взяты при температуре плавления. Найдите массу жидкости в калориметре после установления в нём равновесия. Необходимые табличные данные найдите самостоятельно. Выведите аналитическую формулу для расчета. Рассчитайте численный ответ.

Решение. Из табличных данных можно найти, что температуры плавления свинца и цинка соответственно $t_{св}=327^{\circ}\text{C}$, $t_{ц}=420^{\circ}\text{C}$. Так как цинк уже находится при температуре плавления, то, отдавая теплоту олову, сам он будет кристаллизоваться. Если он кристаллизуется полностью, то отдаст теплоту $Q_{ц} = \lambda_{ц}m_{ц} = 224\text{кДж}$.

Для того, чтобы нагреться до 420°C , свинцу потребуется $Q_{св} = c_{св}m_{св}(t_{ц} - t_{св}) = 27,5\text{ кДж}$ при удельной теплоемкости свинца $148\text{ Дж/кг}\cdot^{\circ}\text{C}$. Таким образом, понятно, что цинк кристаллизуется частично, а в сосуде установится температура 420°C . Тогда уравнение теплового баланса будет выглядеть следующим образом:

$$\lambda_{ц}m_{\text{крист}} = c_{св}m_{св}(t_{ц} - t_{св}),$$

а масса оставшейся жидкости будет $m = m_{ц} + m_{св}[1 - c_{св}(t_{ц} - t_{ол})/\lambda_{ц}]$ или 3,77 кг.

Максимальный балл: 10

Разбалловка:

Численная оценка теплот $Q_{св}$ и $Q_{ц}$ – 2 балла

Верный вывод о конечной температуре (420°C) – 2 балла

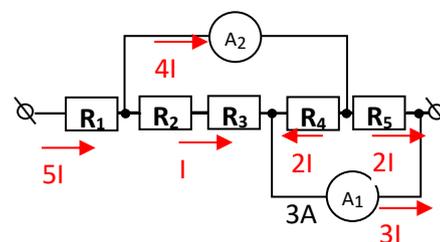
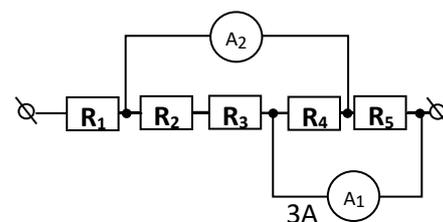
Верное уравнение теплового баланса $\lambda_{ц}m_{\text{крист}} = c_{св}m_{св}(t_{ц} - t_{св})$ – 2 балла

Верный ответ в аналитическом виде $m = m_{ц} + m_{св}[1 - c_{св}(t_{ц} - t_{ол})/\lambda_{ц}]$ – 2 балла

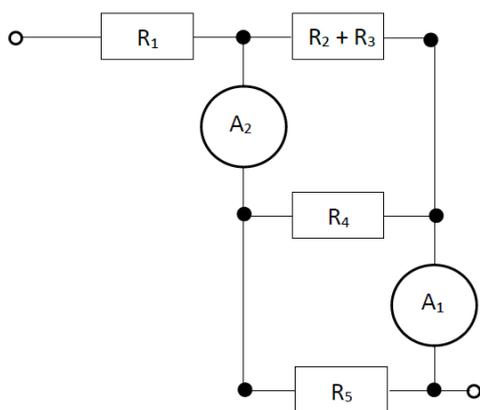
Верный ответ в численном виде – 2 балла

2. Нижний амперметр показывает силу тока 3А. Что покажет верхний амперметр? Ответ дать в амперах. Все приборы идеальные.

Решение. Так как амперметры идеальные, то потенциалы точек, к которым они подключены, равны. Тогда можно перестроить исходную схему в эквивалентную, и расставить токи с учетом закона Ома обратно пропорционально сопротивлениям параллельных ветвей. При такой расстановке разность потенциалов между входом и выходом по любому пути оказывается одинаковой. Следовательно, через верхний амперметр идет ток 4 А.



Эквивалентная схема может быть представлена следующим образом:



Максимальный балл: 10

Разбалловка:

Утверждение о равенстве потенциалов в точках подключения идеальных амперметров – 2 балла

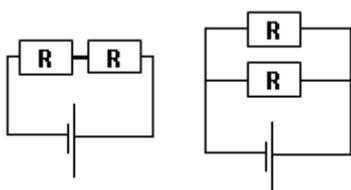
Верный вывод об эквивалентной схеме – 2 балла

Верная расстановка токов на схеме или расчет в решении – 4 балла

Верный ответ в численном виде – 2 балла

3. Если два резистора подключить к идеальному источнику параллельно, то на них выделяется мощность $P_1 = 250$ Вт и $P_2 = 150$ Вт. Какие мощности будут выделяться на каждом из этих резисторов, если их подключить к тому же источнику последовательно? Нарисуйте схему соединений. Выведите формулы для расчета мощностей и рассчитайте численные значения.

Решение.



Напряжение на выводах идеального источника напряжения не зависит от нагрузки, то есть электрический ток определяется лишь сопротивлением внешней цепи. По условию источник не заменяют. В параллельном соединении напряжения на каждом участке цепи одинаково: $U_1 = U_2 = U$, где U – напряжение источника. Поэтому $P_1 = U^2/R_1$, $P_2 = U^2/R_2$. Откуда $R_1 = U^2/P_1$, $R_2 = U^2/P_2$.

Для последовательного соединения сила тока на каждом участке цепи одна и та же: $I_1 = I_2 = I = U/(R_1 + R_2)$, где $R = R_1 + R_2$ – общее сопротивление внешней цепи в этом случае. Пусть P'_1, P'_2 – мощности, которые будут выделяться на первом и втором резисторах соответственно при последовательном соединении, тогда $P'_1 = I^2 R_1$, $P'_2 = I^2 R_2$. После преобразований получим:

$$P'_1 = \frac{P_2^2 P_1}{(P_2 + P_1)^2}$$

$$P'_2 = \frac{P_1^2 P_2}{(P_2 + P_1)^2}$$

$$P'_1 = 35,2 \text{ Вт}$$

$$P'_2 = 58,6 \text{ Вт}$$

Максимальный балл: 10

Разбалловка:

Верная схема для обоих случаев – 1 балл

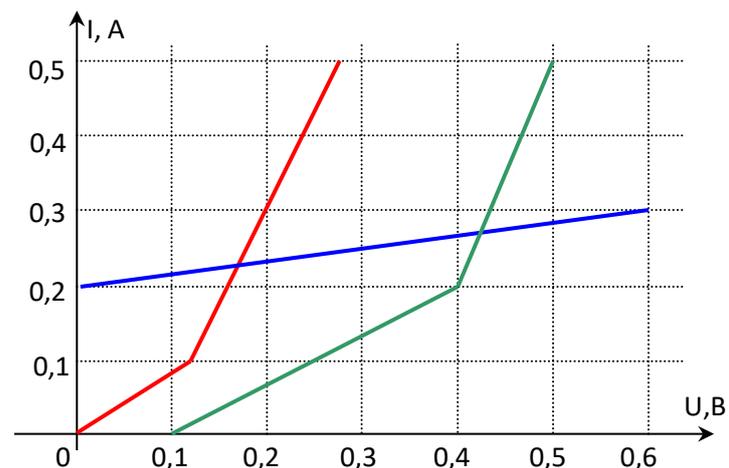
Формула мощности – 1 балла

Указанное соотношение $P_1 = U^2/R_1$, $P_2 = U^2/R_2$ - 2 балла

Верный ответ в аналитическом виде для каждого случая $P'_1 = \frac{P_2^2 P_1}{(P_2 + P_1)^2}$, $P'_2 = \frac{P_1^2 P_2}{(P_2 + P_1)^2}$ - 4 балла

Верный ответ в численном виде для каждого случая – 2 балла

4. Определите, используя рисунок, через какой нелинейный элемент идет больший ток, если его подключить к источнику с $U=0,5$ В и внутренним сопротивлением $r=1$ Ом.



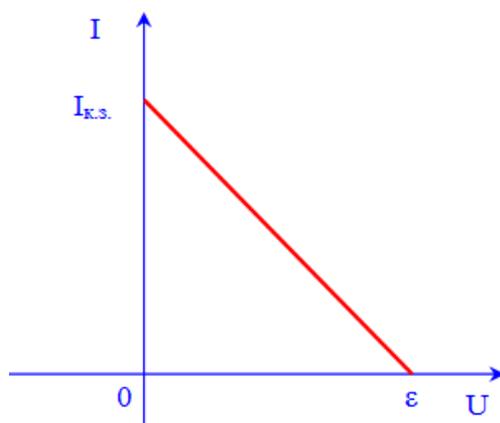
Решение. Если рассмотреть реальный источник как последовательно соединенный идеальный источник E и резистор R с сопротивлением, равным внутреннему, то напряжение на клеммах будет равно

$$U = E - IR,$$

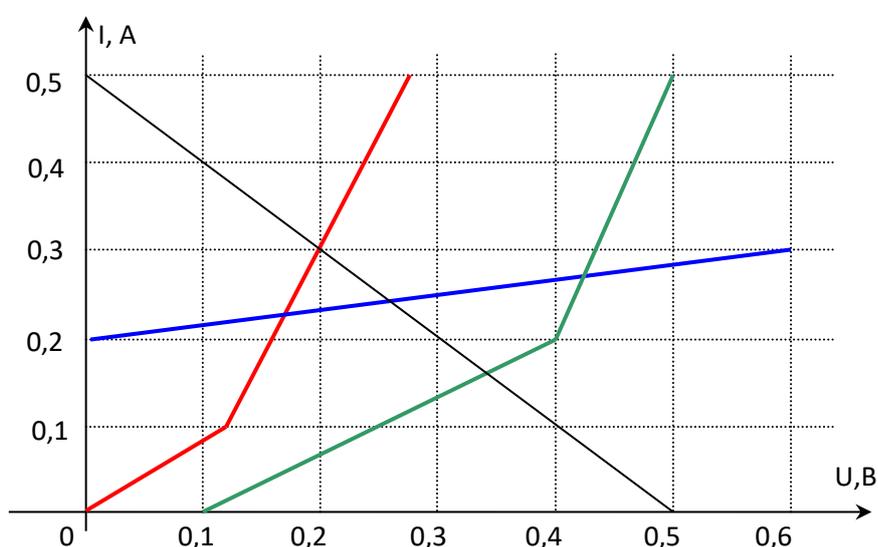
откуда зависимость тока от напряжения:

$$I = (E - U)/R = E/R - U/R = I_{кз} - U/R,$$

где $I_{кз}$ – ток короткого замыкания.



Такая вольтамперная характеристика - нагрузочная прямая. Построим нагрузочную прямую источника в нашем случае. Она пройдет через две точки (0,5;0) и (0;0,5), которые соответствуют напряжению холостого хода и току короткого замыкания. По построению заметим, что нагрузочная прямая пересекает ВАХ красного нелинейного элемента в точке с наибольшим током 0,3 А.



Максимальный балл: 10

Разбалловка:

Выбор точек (0,5;0) и (0;0,5), которые соответствуют напряжению холостого хода и току короткого замыкания ($I = -U+0,5$) – 4 балла.

Если просто выбраны точки без комментария - 2 балла.

Построение прямой на графике, пересекающей ВАХ трех элементов – 2 балла

Определение по графику или иным верным способом того, что у красного нелинейного элемента ток будет наибольший – 2 балла

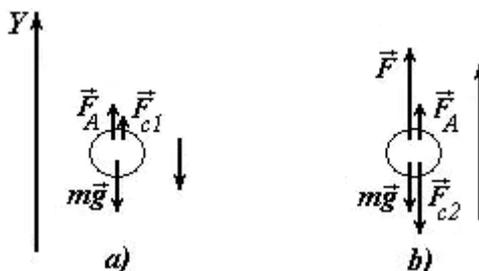
Численное значение наибольшего тока – 2 балла

5. Шарик равномерно движется вниз в жидкости плотности $\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$. Скорость его движения $v = 0,5 \text{ см/с}$. Найдите силу, с которой надо действовать на шарик, чтобы он поднимался с постоянной скоростью $5v$. Соппротивление жидкости пропорционально скорости шарика. Масса шарика равна $m = 100 \text{ г}$, его объём равен $U = 5 \text{ см}^3$.

Решение. При падении шарика в жидкости с постоянной скоростью v (случай а), на него действуют силы: mg -сила тяжести, направлена вертикально вниз; F_A - сила Архимеда,

направлена вертикально вверх; F_{c1} - сила сопротивления жидкости, пропорциональная скорости шарика ($F_{c1} = kv$), направлена вертикально вверх. Так как шарик движется с постоянной скоростью, то на основании второго закона Ньютона можно записать в проекции на ось OY:

$$F_A - mg + F_{c1} = 0 \text{ или } \rho U g - mg + kv = 0.$$



Тогда выражение для коэффициента силы сопротивления $k = (mg - \rho U g)/v$.

При подъеме шарика вверх силой F в жидкости с постоянной скоростью $5v$ (случай б) на него действуют силы: mg - сила тяжести, направлена вертикально вниз; F_A - сила Архимеда, направлена вертикально вверх (такая же, как и в первом случае, поскольку объем шара не менялся); F_{c2} - сила сопротивления жидкости ($F_{c2} = k5v$), направлена вертикально вниз; внешняя сила F , направленная вверх. Так как шарик вновь движется с постоянной скоростью, то на основании второго закона Ньютона можно записать уравнение в проекции а ось OY:

$$F + F_A - mg - F_{c2} = 0 \text{ или } F + \rho U g - mg - 5kv = 0,$$

откуда получим выражение для внешней силы

$$F = mg + 5kv - \rho U g = mg + 5v(mg - \rho U g)/v - \rho U g = 6g(m - \rho U).$$

При подстановке получим значение силы 5,64Н.

Максимальный балл: 10

Разбалловка:

Верный рисунок с расстановкой сил – 1 балл

Верное уравнение динамики в первом случае ($F_A - mg + F_{c1} = 0$ или $\rho U g - mg + kv = 0$) – 2 балла

Верное уравнение динамики во втором случае ($F + F_A - mg - F_{c2} = 0$ или $F + \rho U g - mg - 5kv = 0$) – 2 балла

Верный ответ в аналитическом виде $F = 6g(m - \rho U)$ – 4 балла

Верный ответ в численном виде – 1 балл

Интернет-олимпиада 7 класс 3 этап. Решения

1. На сваю массой $M = 9$ т падает плита массой $m = 1$ т с высоты $H = 10$ м. На какое расстояние погрузится свая, если сила сопротивления грунта постоянна и равна $F = 1000$ кН? Считать, что удар абсолютно неупругий.

Решение. В начальный момент времени плита обладает потенциальной энергией $E_p = mgH$. В момент падения по закону сохранения полной механической энергии эта энергия полностью переходит в кинетическую энергию плиты, затем передается свае, и тела движутся вниз как единое целое. Так как удар был неупругим, то согласно закону сохранения импульса

$$mV = (m+M)U,$$

$$\text{где } V = \sqrt{2gH}$$

Изменение механической энергии сваи и плиты после неупругого удара равно работе сил сопротивления грунта. Тогда с учетом знаков:

$$\frac{(m+M)U^2}{2} + (m+M)gh = Fh,$$

$$\frac{m^2gH}{(m+M)} + (m+M)gh = Fh$$

откуда

$$h = \frac{m^2gH/(m+M)}{F-(m+M)g}, \text{ или } 1,11 \text{ см.}$$

Максимальный балл: 10

Разбалловка:

Выражение для начальной потенциальной энергии плиты $E = mgH$ – 2 балла

Верная запись закона сохранения импульса – 2 балла

Использование закона сохранения полной механической энергии – 2 балла

Верный ответ в аналитическом виде или запись $\frac{(m+M)U^2}{2} + (m+M)gh = Fh$ – 2 балла

Верный ответ в численном виде – 2 балла

2. Девочка гуляла с собакой, причем они обе двигались равномерно со скоростью $V = 1$ м/с. Девочка увидела свою знакомую, идущую со скоростью $U = 1,5$ м/с по направлению к ней. Когда расстояние между девочками оказалось равным $S = 50$ м, собака вырвалась и побежала вперед со скоростью $v = 6$ м/с. Добежав до знакомой, собака развернулась и направилась к хозяйке с той же скоростью $v = 6$ м/с. Сколько метров пробежала собака до момента встречи девочек?

Решение. Скорость сближения девочки и ее знакомой равна $(V+U)$. Время, которое они тратят на сближение, $t = S/(V+U)$. В течение этого времени собака будет бегать между девочками со скоростью v и пробежит расстояние $L = Sv/(V+U)$, то есть 120 м.

Максимальный балл: 10

Разбалловка:

Верный расчет скорости сближения девочек $(V+U)$ – 2 балла

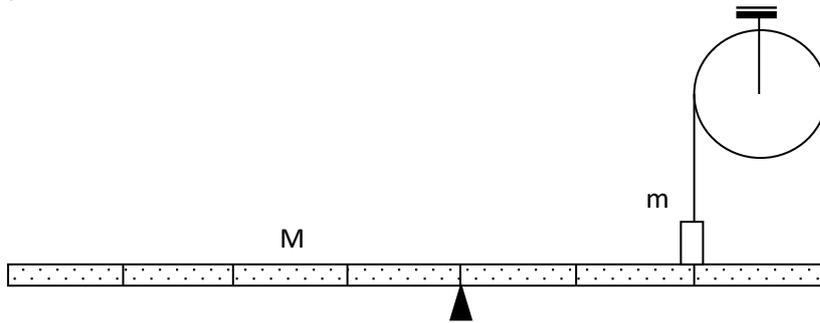
Расчет времени, которое потребуется девочкам на сближение $t = S/(V+U)$ – 2 балла

Верный вывод о том, что собака тратит на движение то же время t – 2 балла

Верный ответ в аналитическом виде $L = Sv/(V+U)$ – 2 балла

Верный ответ в численном виде – 2 балла

3. Найти массу m , при которой однородный рычаг массой $M = 24$ кг будет находиться в равновесии.



Решение. В предположении равновесия системы, уравнение моментов для рычага относительно опоры: $3TL + MgL/2 = N2L$, где L – длина одного деления рычага. Условие равновесия груза: $mg = N + T$. Решая систему относительно T , получаем $T = (4m - M)g/10$, откуда видно, что нить провиснет и система придёт в движение при $m < M/4$ следовательно, равновесие возможно при массе $m \geq M/4$. Заметим, что $N = (M + 6m)g/10$ ноль не обращается. Очевидно, что искомая масса должна быть равна 6 кг.

Максимальный балл: 10

Разбалловка:

Верный рисунок с изображением всех сил, действующих на рычаг - 2 балла

Уравнение моментов для рычага $3TL + MgL/2 = N2L$ – 2 балла

Условие равновесия груза $mg = N + T$ – 2 балла

Верное утверждение, что система придет в движение при $m < M/4$ – 2 балла

Верный ответ в численном виде – 2 балла

4. Система находится в равновесии, масса груза $M = 8$ кг. При каких значениях масс оставшихся грузов это возможно? Блоки и нити невесомы, трения нет.

Решение. Расставим силы на массивные тела и невесомые подвижные блоки. Поскольку нити невесомы, натяжение вдоль них постоянно. Для равновесия этих тел необходимо, чтобы сумма сил на них равнялась нулю. Тогда $Mg = 4T$, $mg = T$, откуда $m = 0,25M = 2$ кг. Заметим, что правый груз для равновесия системы тоже должен иметь массу m .

Максимальный балл: 10

Разбалловка:

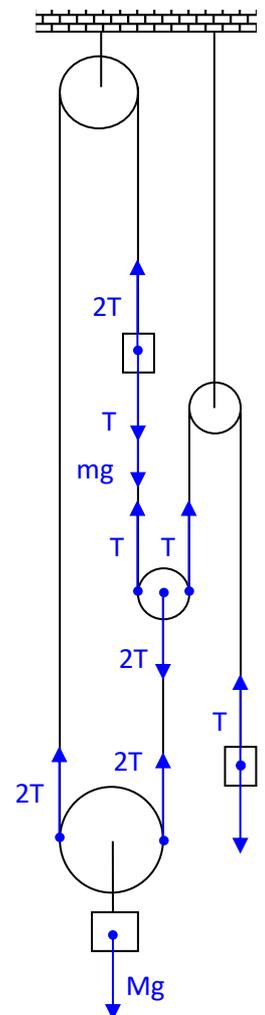
Верный рисунок с расстановкой сил – 2 балла

Равенство силы натяжения вдоль нити в силу её невесомости – 2 балла

Условие равновесия $Mg = 4T$ – 2 балла

Верный ответ в численном виде – 2 балла

Замечание о массе правого груза – 2 балла



5. Шар массой $m=1$ кг наполовину погружен в воду и давит на дно с силой $F=8$ Н. Найти плотность материала шара ρ . Плотность воды $\rho_v=1000$ кг/м³. $g=10$ м/с². Ответ дать в кг/м³.

Решение. Условие равновесия шара $F + \frac{1}{2}V\rho_v g = mg$, объем шара может быть найден из

формулы: $V = \frac{m}{\rho}$. Решая систему, получим $\rho = \frac{m\rho_v g}{2(mg - F)} = 2500$ кг/м³

Максимальный балл: 10

Разбалловка:

Иллюстрация к задаче с указанием всех сил, действующих на шар – 2 балла

Условие равновесия шара $F + \frac{1}{2}V\rho_v g = mg$ – 2 балла

Формула связи объема с массой и плотностью шара $V = \frac{m}{\rho}$ – 2 балла

Верный ответ в аналитическом виде $\rho = \frac{m\rho_v g}{2(mg - F)}$ – 2 балла

Верный ответ в численном виде – 2 балла