

# Геометрия

## Младшая лига

1. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  ( $AB = AC$ ) проведена биссектриса  $BD$  угла  $B$ . Перпендикуляр к  $BD$  в точке  $D$  пересекает прямую  $BC$  в точке  $E$ . Найдите  $BE$ , если  $CD = d$ .  
(А. А. Егоров)
2. Бильярдный стол имеет форму *параллелограмма*. Два шара, поставленные у середины одного из бортов, ударили так, что они отразились от разных соседних бортов, после чего оба попали в одну и ту же точку на противоположном борте. Один шар прошел до отскока вдвое большее расстояние, чем после. Найдите отношение длин отрезков пути до и после отскока для другого шара.  
(И. Н. Сергеев)
3. На отрезке  $AB$  по разные стороны от него построены правильный треугольник  $ABC$  и прямоугольный треугольник  $ABD$ , в котором  $\angle ABD = 90^\circ$ ,  $\angle BAD = 30^\circ$ . Описанная окружность первого треугольника пересекает медиану  $DM$  второго в точке  $K$ . Найдите отношение  $AK : KB$ .  
(Вариация задачи Nguyen Dung Thanh из Cut-the-knot)
4. На сторонах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$  выпуклого четырехугольника  $ABCD$  взяты точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $KLMN$  — прямоугольник и  $AK < KB$ ,  $BL > LC$  и  $CM < MD$ . Может ли площадь этого прямоугольника быть больше половины площади четырехугольника  $ABCD$ ?  
(И. Н. Сергеев)

## Старшая лига

1. Найдите углы треугольника  $ABC$ , если известно, что его высота  $CD$  и биссектриса  $BE$  пересекаются в такой точке  $M$ , что  $CM = 2MD$  и  $BM = ME$ .  
(А. А. Егоров)
2. Существует ли описанный 27-угольник, длины сторон которого равны  $1, 2, \dots, 27$ ? (Стороны могут располагаться в произвольном порядке.)  
(предложил И. А. Шейтак)
3. В кубическом ящике размером  $1 \times 1 \times 1$  лежат 8 деревянных шаров. Может ли сумма их радиусов быть больше 2?  
(В. Н. Дубровский, К. А. Кноп)
4. На стороне  $ML$  квадрата  $KMLN$  вне него построен прямоугольный треугольник  $CML$ . Катеты  $CM$  и  $CL$  продолжены до пересечения с прямой  $KN$  в точках  $A$  и  $B$  соответственно. Отрезок  $AL$  пересекает  $KM$  в точке  $P$ ,  $BM$  пересекает  $NL$  в точке  $Q$ . Докажите, что треугольник  $CPQ$  равнобедренный.  
(Stan Fulger)