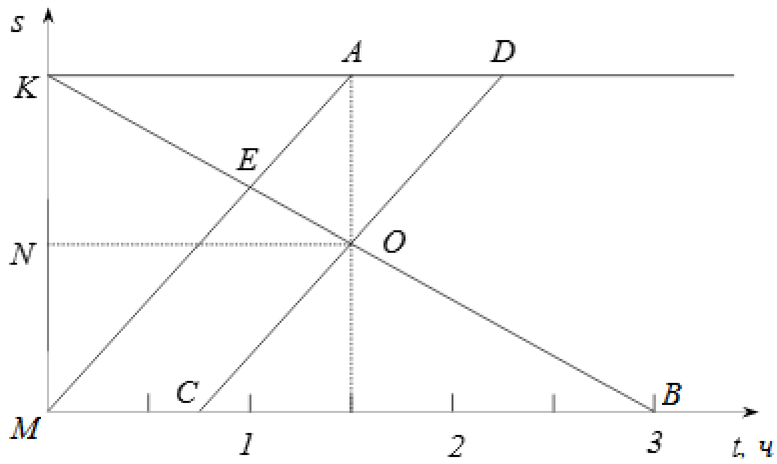
Интернет-олимпиада 8 класс 3 тур

1. На одном берегу реки Смородинка расположены две деревни – Девяткино и Десятниково. Раз в неделю одновременно из каждой деревни навстречу друг другу выплывают по моторной лодке, которые после встречи плывут обратно. Моторная лодка из Девяткино затрачивает на путь «туда-обратно» 180 минут, а из Десятниково – 90 минут, причем скорости обеих лодок относительно воды одинаковы. На сколько минут должна задержаться лодка из Девяткино, чтобы быть в пути столько же времени, как и вторая?

   Решение

   Графики пути катеров, отплывающих одновременно, изображены ломаными МЕВ и КЕА, где Е – точка их встречи (см. рис.). Так как скорость катеров относительно воды одинакова, то МА и КВ – прямые линии. Оба катера будут находиться в пути одинаковое время, если они встретятся посередине между пристанями. Точка О лежит на пересечении линии КВ с перпендикуляром, восстановленным из середины отрезка КМ. Графики движения катеров изображаются линиями KOD и COB. Как видно из рисунка Δ MAF ~ Δ COF и, следовательно, искомое время МС = 45 мин.



   Второй вариант решения

   Пусть скорость течения реки по направлению из Девяткино в Десятниково V_p (если это не так, то увидим из решения, что в этом случае $V_p < 0$). Пусть L – расстояние между деревнями, X – расстояние, которое плывёт лодка из Девяткино до места встречи, V – скорость лодки относительно воды. Тогда из условия задачи следует:

$$\begin{cases} \dfrac{X}{V+V_p}+\dfrac{X}{V-V_p}=180 \\ \dfrac{L-X}{V-V_p}+\dfrac{L-X}{V+V_p}=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{2\cdot X\cdot V}{V^2-V_p{}^2}=180 \\ \dfrac{2\cdot(L-X)\cdot V}{V^2-V_p{}^2}=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{2V}{V^2-V_p{}^2}=\dfrac{180}{X} \\ \dfrac{180\cdot(L-X)}{X}=90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{V}{V^2 - V_p^{\ 2}} = \dfrac{90}{X} \\ \dfrac{2\cdot(L-X)}{X} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3X = 2L \\ \dfrac{V}{V^2 - V_p^{\ 2}} = \dfrac{90}{X} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = \dfrac{2L}{3} \\ \dfrac{V}{V^2 - V_p^{\ 2}} = \dfrac{135}{L} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = \dfrac{2L}{3} \\ \dfrac{L\cdot V}{V^2 - V_p^{\ 2}} = 135 \end{cases}$$

1) Рассмотрим случай движения с задержкой лодки в Девяткино на время *ΔT*. Пусть *T* – общее время в пути для каждой лодки, T_1 – время движения лодки из Девяткино до встречи, *Y* – расстояние, пройденное лодкой из Девяткино до места встречи за время T_1. Тогда

$$\begin{cases} T = \dfrac{Y}{V+V_p} + \dfrac{Y}{V-V_p} \\ T = \dfrac{L-Y}{V-V_p} + \dfrac{L-Y}{V+V_p} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \dfrac{2\cdot Y\cdot V}{V^2 - V_p^{\ 2}} \\ T = \dfrac{2\cdot(L-Y)\cdot V}{V^2 - V_p^{\ 2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \dfrac{2\cdot Y\cdot V}{V^2 - V_p^{\ 2}} \\ Y = L - Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = \dfrac{L}{2} \\ T = \dfrac{L\cdot V}{V^2 - V_p^{\ 2}} \end{cases}$$

Выше мы получили

$\dfrac{L\cdot V}{V^2 - V_p^{\ 2}} = 135$. Следовательно, $T = 135$ минут.

2) Расстояние $X = \dfrac{2L}{3}$ лодка из Девяткино проходит за такое же время, как и лодка из Десятниково проходит расстояние $L - X = \dfrac{L}{3}$.

Это означает, что выполняется равенство

$$\frac{\left(\frac{2L}{3}\right)}{V+V_p} = \frac{\left(\frac{L}{3}\right)}{V-V_p} \Rightarrow \left(\frac{2L}{3}\right)\cdot(V-V_p) = \left(\frac{L}{3}\right)\cdot(V+V_p) \Rightarrow 2\cdot(V-V_p) = (V+V_p)$$

$$\Rightarrow V = 3\cdot V_p \Rightarrow \frac{V}{V_h} = 3$$

3) При движении с задержкой на время *ΔT* лодки проходят до встречи равные расстояния $Y = \dfrac{L}{2}$, но лодка из Девяткино проходит его за время

$$T_1 = \frac{L/2}{V+V_p} = \frac{L/2}{3V_p + V_p} = \frac{L}{8V_p},$$

а лодка из Десятниково за время $\Delta T + T_1 = \dfrac{L/2}{V-V_p} = \dfrac{L/2}{3V_p - V_p} = \dfrac{L}{4V_p}$.

Следовательно, $\Delta T = \dfrac{L}{4V_p} - \dfrac{L}{8V_p} = \dfrac{L}{8V_p}$

Но выше получено равенство $\dfrac{L\cdot V}{V^2 - V_p^{\ 2}} = 135$. Подставим в него $V = 3\cdot V_p$, Получаем $\frac{L\cdot 3V_p}{9V_p{}^2 - V_p{}^2} = 135 \Rightarrow \frac{3L}{8V_p} = 135$. Отсюда получается, что

$\Delta T = \frac{L}{8V_p} = \frac{135}{3} = 45$.

Ответ: Лодка из Девяткино должна задержаться на 45 минут.

Максимальный балл: 5

Критерии:

Формула, связывающая путь, время и скорость равномерного движения – 1 балл

Переход в СО «вода» - 1 балл

Графическое или иное верное решение – 2 балла

Верный численный ответ – 1 балл

2. Кусочек льда нагревают от температуры 0 до кипения образовавшейся воды за время Т. Через какое время расплавился лед? Все необходимые для расчета константы, если это требуется, возьмите из табличных данных школьного задачника по физике. Мощность нагревателя постоянна, тепловыми потерями пренебречь.

Решение

Посчитаем мощность нагревателя равной Р, тогда для процесса плавления льда и нагревания имеем:

$$PT = \lambda m + cm\Delta t.$$

По условию мощность нагревателя постоянна, значит,

$$P\tau = \lambda m\ .$$

Тогда

$$\tau = \frac{\lambda}{c\Delta t + \lambda} T$$

или *τ = 0,45Т.*

Максимальный балл: 5

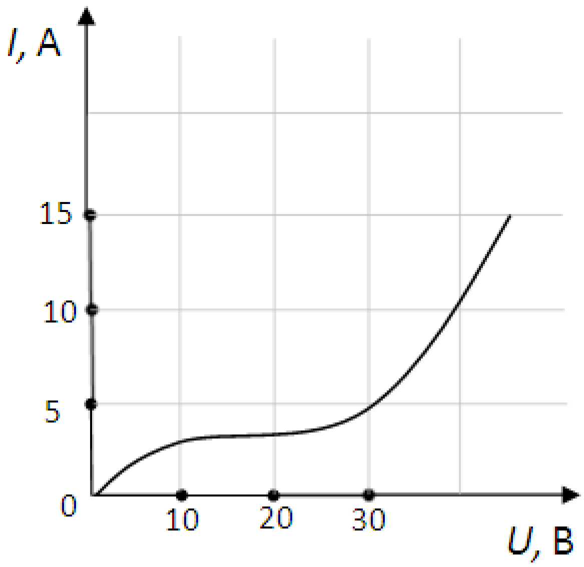
Критерии:

2 уравнения для теплообмена через мощность с учетом постоянства мощности нагревателя – 2 балла

Верная аналитическая формула – 1 балл

Верный численный ответ - 2 балла

3. Газоразрядная лампа, соединенная последовательно с резистором, сопротивление которого *R* = 12 Ом, подключена к сети. Зависимость силы тока от напряжения на лампе представлена на рисунке. При каком напряжении сети на резисторе будет выделяться 75% всей энергии, получаемой схемой из сети?



Решение

Энергия в сети, поступающая на цепь,

$$W = I^2 R_Ц t,$$

где $R_Ц$ - общее сопротивление цепи.

Поскольку соединение последовательное, то сила тока в цепи и на лампе и на резисторе одинаковая и равна I.

При последовательном соединение общее сопротивление

$$R_Ц = R + R_Л,$$

где R - сопротивление резистора, $R_Л$ - сопротивление газоразрядной лампы

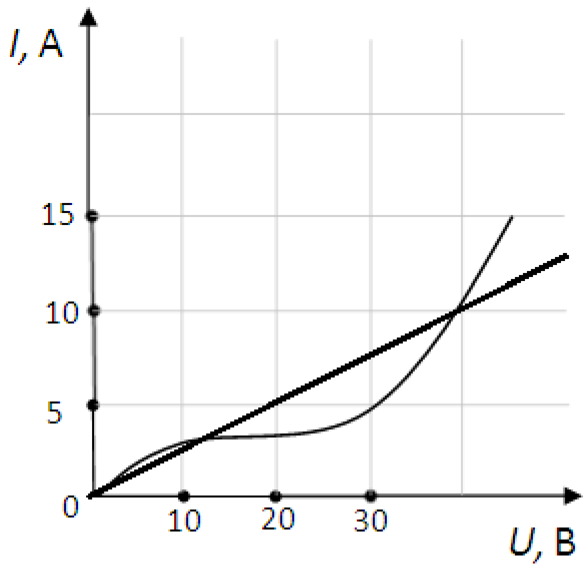
На резисторе выделяется в виде тепла энергия

$$Q = I^2 R t$$

По условию задачи Q составляет 75% от W, откуда получаем сопротивление лампы

$$R_Л = R/3 = 4\ Ом.$$

Чтобы найти напряжение на лампе, при котором сопротивление этой лампы равняется 4 Ом, проведем на графике воль-амперной характеристики (ВАХ) прямую $I = U/R_Л$ (согласно закону Ома для пассивного участка цепи):



Прямая $I = U/4$ пересекает ВАХ лампы в точках со значениями напряжения и силы тока (12; 3) и (40; 10). То есть ток на лампе, а значит и по всему участку цепи, может быть равен 3 А или 10 А. Напряжения сети $U_{СЕТИ}=IR_{Ц}$, таким образом, могут быть равны 48 В и 160 В.

Максимальный балл: 5

Критерии:

Расчет энергии в сети и теплоты, выделяющейся на резисторах, связь между ними – 1 балл

Использование закона Ома для пассивного участка цепи – 1 балл

Найдено сопротивление лампы (4 Ом) – 1 балл

Проведена прямая $I = U/4$ на графике $I(U)$, получена пара точек – 1 балл

Верный численный ответ для $U_{СЕТИ}$ – 1 балл

Один верный ответ для $U_{СЕТИ}$ при наличии графика и обосновании решения – 4 балла

4. Одна из моделей автомобиля Tesla Model X укомплектована двумя электродвигателями общей максимальной мощностью 772 лошадиные силы, имеет массу в 2100 кг. Рассчитайте время разгона такого автомобиля с пятью пассажирами общей массой 400 кг до 100 км/ч (от старта). При разгоне двигатель автомобиля развивает среднюю мощность, равную половине максимальной.

Решение

Согласно теореме о кинетической энергии, работа двигателя за время разгона идет на изменение кинетической энергии автомобиля

$$A = \frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{P_{max}}{2}\tau = \langle P \rangle \tau = \frac{mv^2}{2}$$

$$\tau = \frac{mv^2}{P_{max}} = 3{,}45c$$

$$(1\ \text{л. с.} \approx 735{,}5\ \text{Вт})$$

Максимальный балл: 5

Критерии:

Использование теоремы о кинетической энергии – 1 балл

Связь работы и мощности – 1 балл

Учет средней мощности – 1 балл

Верная аналитическая формула – 1 балл

Верный численный ответ - 1 балл

5. U-образный сосуд имеет два колена одинакового сечения, в котором изначально находится две несмешивающихся жидкости плотностью ρ_1 (слева) и ρ_2 (справа), причем, $\rho_1 > \rho_2$. В левое колено продолжают осторожно подливать жидкость ρ_1 из канистры, скорость подливания v. С какой скоростью u «ползёт» вверх столбик жидкости ρ_2?

Решение

Используя условие несжимаемости жидкости и следствие из закона Паскаля, получаем, что масса «избыточного» столбика жидкости ρ_1, доливаемой в левое колено, должна уравновешиваться массой «избыточного» столбика, поднявшегося в правом колене, то есть с учётом одновременности процесса и постоянности сечения S сообщающихся сосудов:

$$\rho_1 Sh = \rho_2 SH$$

H и h – высоты «избыточных» столбиков справа и слева соответственно. Поскольку изменение уровня происходит с постоянной скоростью, то

$$\rho_1 v = \rho_2 u$$

Откуда легко получить v.

Максимальный балл: 5

Критерии:

Условие несжимаемости жидкости – 1 балл

Закон Паскаля – 1 балл

Формула для скорости (движение с постоянной скоростью) – 1 балл

Формула для элемента объема («избыточный столбик») – 1 балл

Итоговая формула - 1 балл

Итого: 25 баллов