

## 2 тур интернет-олимпиады СУНЦ МГУ

7 класс

1. В конкурсе рисования участвовали Аня, Катя и Марина. Каждый член специальной комиссии проголосовал за одну из трёх участниц. Петя подумал, что в комиссии было 59 человек, причем за Аню и Катю в сумме проголосовало 15 человек, за Катю и Марину — 18 человек, за Марину и Аню — 20 человек. Петя плохо считает, но каждый раз ошибается не больше, чем на 13. Сколько человек проголосовали за Катю?

2. При каком наименьшем числе **РЕЕТ** ребус **ТЫ + ФЛАГ = РЕЕТ** имеет решение? Разными буквами обозначаются разные цифры, а одинаковыми буквами — одинаковые цифры.

3. Автомат Незнайки наполняет бутылку газированной водой с содержанием сиропа  $x\%$  за  $x$  минут, аппарат Пончика — с содержанием сиропа  $y\%$  за  $y$  минут, а аппарат Сиропчика — с содержанием сиропа  $z\%$  за  $z$  минут. Работая вместе, аппараты наполняют бутылку за 12 минут. Какое содержание сиропа в получившейся смеси?

4. О треугольнике  $ABC$  известно, что  $\angle ABC = 3\angle ACB$ . На стороне  $AC$  взята такая точка  $X$ , что  $AX = AB$ . Найдите  $CX$ , если  $BX = 6$ .

5. За круглым столом сидят 1000 человек, каждый из них либо рыцарь, либо лжец (рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут). Известно, что у каждого из них за столом сидит ровно один родственник, причем родственник рыцаря — всегда лжец, а родственник лжеца — всегда рыцарь. Каждого спросили: «Ваш родственник сидит рядом с вами?». 500 человек, сидящих через одного, ответили «Да». Сколько из остальных могли также ответить «Да»?

6. Дана полоска  $1 \times 8$ . В клетки записываются числа  $1, 2, \dots, 8$  по следующему правилу: сначала в какую-нибудь клетку пишут число 1, затем число 2 записывают в соседнюю клетку, затем число 3 — в одну из соседних с уже занятыми, и так далее. Сколькими способами это можно сделать?

## 2 тур интернет-олимпиады СУНЦ МГУ

8 класс

1. Автомат Незнайки наполняет бутылку газированной водой с содержанием сиропа  $x\%$  за  $x$  минут, аппарат Пончика — с содержанием сиропа  $y\%$  за  $y$  минут, а аппарат Сиропчика — с содержанием сиропа  $z\%$  за  $z$  минут. Работая вместе, аппараты наполняют бутылку за 12 минут. Какое содержание сиропа в получившейся смеси?

2. Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Известно, что  $AB = 39$ ,  $BC = 14$ ,  $\angle CDA = 69^\circ$  и  $\angle ABC = 138^\circ$ . Найдите длину отрезка  $AD$ .

3. Иван выбирает натуральное число  $n$ , вычисляет числа  $a = n^2 + 5$  и  $b = (n + 1)^2 + 5$ , а затем находит их наибольший общий делитель. Какое наибольшее число он может получить?

4. За круглым столом сидят 1000 человек, каждый из них либо рыцарь, либо лжец. Известно, что у каждого из них за столом сидит ровно один родственник, причем родственник рыцаря всегда лжец, а родственник лжеца — всегда рыцарь. Каждого спросили: «Ваш родственник сидит рядом с вами?». 500 человек, сидящих через одного, ответили «Да». Сколько из остальных могли также ответить «Да»?

5. Дана полоска  $1 \times 10$ . В клетки записываются числа  $1, 2, \dots, 10$  по следующему правилу: сначала в какую-нибудь клетку пишут число 1, затем число 2 записывают в соседнюю клетку, затем число 3 — в одну из соседних с уже занятыми, и так далее. Сколькими способами это можно сделать?

6. Натуральные числа выписаны последовательно выписаны в строку одно за другим:  $123456789101112131415\dots$ . Сколько цифр содержит число, которому принадлежит цифра, выписанная в этой последовательности на месте под номером  $10^{2017}$ ?