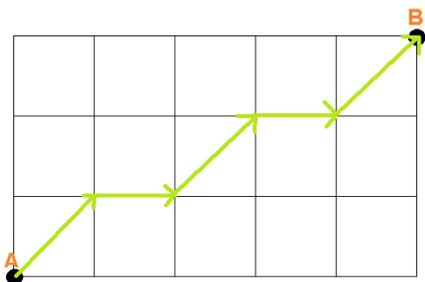


## Третий тур олимпиады для 9-10 классов

Предпочтительная форма оформления работы – создание одного файла с решениями всех заданий, которые вы выполните (в том числе можно создать один файл из рукописных сканов работ). В этом случае за работу **начисляется один дополнительный балл**. Если, дополнительно, все решения, включая формулы, таблицы и другие необходимые для иллюстрации решения элементы, были набраны в текстовом редакторе (процессоре), то **начисляется еще один балл**.

Каждое задание само по себе вне зависимости от способа оформления оценивается из 6 баллов. В том числе баллы снимаются за недостаточную строгость обоснования даже при наличии правильного ответа.

1. Некоторое десятичное число в системах счисления, в которых его запись заканчивается на единицу, никогда не состоит из четырех цифр, хотя из трех или пяти цифр состоять может. Найдите все такие числа. Ответ обоснуйте.
2. В игру играют два игрока. В начале игры в коробке лежат 6 шариков. Каждый игрок в свой ход может добавить 1 или 2 шарика или удвоить количество шариков в коробке (он сам решает, как именно поступить). Игрок, превысивший 15 шариков, становится проигравшим, а другой игрок объявляется победителем. Найдите и обоснуйте подходящий результат первого хода или докажите, что первый игрок не может выиграть при правильной игре второго.
3. В классе из 24 человек три двоечника и пять отличников, остальные – середняки. Каждого ученика можно отнести к высоким, средним или низким. Низких 9, высоких 7, двоечники есть каждого роста, а среди середняков (не двоечников и не отличников) всего 3 ученика среднего роста. Сколько среди середняков высоких и сколько низкого роста, если самый высокий ученик в классе – отличник? Ответ обосновать.
4. Назовем число “возрастающим”, если в его записи каждая следующая цифра больше предыдущей. Например, 1234 или 24789. Найдите, сколько из таких чисел в свою очередь могут быть составлены из записи трех простых чисел. Например, 237 (2, 3, 7) или 23457 (2, 3, 457). Ответ обоснуйте, в том числе можно привести текст программы, решающей эту задачу или ее часть.
5. Детский парк имеет размер  $R \times C$  блоков. Директор должен выбрать такого школьника, чей голос будет услышан всеми в кратчайшее время. Вопреки законам физики, в этом парке голос распространяется в 8 направлениях (по горизонтали, вертикали и диагоналям) со скоростью 1 блок в секунду. Например, на рисунке ниже время распространения голоса равно 5.



Пусть для каждого школьника известны координаты  $(X_i, Y_i)$ , которые обозначают его место расположения. Опишите как можно более эффективный алгоритм для определения школьника, которому следует поручить передать сообщение директора остальным.