2 тур интернет-олимпиады СУНЦ МГУ

9 класс

1. Натуральное число N таково, что произведение всех его натуральных делителей равно 8000. Найдите N.

2. Каждая грань куба раскрашена в красный или синий цвет. Сколько существует различных способов раскрасить таким образом куб? (Грани не различимы, а две раскраски считаются различными тогда и только тогда, когда они не могут быть получены одна из другой путём вращения куба.)

3. Сумма квадратов корней уравнения $3x^2 + ax + 1 = 0$ равна $\frac{22}{9}$. Найдите a.

4. Петя поставил на шахматную доску несколько ферзей. Оказалось, что каждый из них бьёт ровно m других ($m > 0$). Сколько различных значений может принимать m? (Один шахматный ферзь бьёт другого, если они стоят на одной вертикали, горизонтали или диагонали, и при этом между ними нет других фигур.)

5. Остроугольный неравнобедренный треугольник ABC ($AB > BC$) вписан в окружность ω. Биссектриса внешнего угла B пересекает окружность ω вторично в точке M. Точка H — основание перпендикуляра из M на AB. Известно, что $BH = 1, CH = 16$. Найдите AH.

6. Натуральные числа a, b, c таковы, что $a = b + 41$ и $ab + bc + ac = 3c^2$. Найдите c.

2 тур интернет-олимпиады СУНЦ МГУ

10 класс

1. Натуральное число N таково, что произведение всех его натуральных делителей равно 1728. Найдите N.

2. Сколько решений у уравнения $2\cos^2 x + \cos x = 1$ на отрезке $[0, 10]$?

3. У Пети имеется 17 различных шаров, среди которых 5 белых, 5 чёрных, 4 синих и 3 красных. Сколькими способами Петя может выбрать 5 из них так, чтобы белых шаров оказалось больше, чем шаров любого другого цвета?

4. Остроугольный неравнобедренный треугольник ABC ($AB > BC$) вписан в окружность ω. Биссектриса внешнего угла B пересекает окружность ω вторично в точке M. Точка H — основание перпендикуляра из M на AB. Известно, что $BH = 3, CH = 12$. Найдите AH.

5. В кучке лежит 12 белых и 15 чёрных монет, из которых ровно одна — фальшивая. Настоящая белая и настоящая чёрная монета весят поровну. Если фальшивая монета чёрная, то она легче настоящей, а если белая — то тяжелее. За какое наименьшее количество взвешиваний можно гарантированно определить фальшивую монету?

6. Натуральные числа a, b, c таковы, что $a = b + 101$ и $ab + bc + ac = 3c^2$. Найдите c.