

IX командно-личный турнир «Математическое многоборье»

31 октября – 5 ноября 2016 года, г. Москва

Геометрия

Старшая лига

1. Окружность, вписанная в прямой угол равнобедренного прямоугольного треугольника, делит гипотенузу на 3 равные части. Найдите радиус окружности, если катет треугольника равен 1.
2. Длины биссектрис треугольника не меньше 1. Докажите, что его площадь не меньше $1/\sqrt{3}$.
3. Цепочка из трех правильных треугольников ABC , CDE и EFG , вершины которых перечислены против часовой стрелки, расположена так, что D – середина AG . Докажите, что треугольник BFD – тоже правильный.
4. Выпуклый многогранник содержит любой из тетраэдров, вершинами которых являются какие-либо четыре вершины многогранника. Существует ли многогранник, который не содержит ни один из таких тетраэдров?