

§1. Задачи с целыми числами.

Контрольная работа.

Все задачи выполняются без калькулятора.

1. В числе $\overline{12*45678}$ одна цифра заменена на *. Перечислить все цифры, какие можно поставить вместо * так, чтобы число $\overline{12*45678}$ делилось на 6.
2. Доказать признак делимости на 11 для случая четырехзначных чисел: число $a = \overline{a_3a_2a_1a_0}$ делится на 11 тогда и только тогда, когда $|a_3 + a_1 - a_2 - a_0| \div 11$.
3. Доказать, что следующие числа являются составными:

111,
221,
1111,
100001,
107107,
1234554321.

4. Доказать, что следующие числа являются составными:

$3^{30} + 5^{15}$,
 $2^{17} - 12^3$,
 $6^6 - 1$.

5. Число $\overline{23a5b}$ делится на 36. Найти цифры a , b .
6. Найдите все трехзначные числа, превышающие сумму своих цифр в 21 раз.
7. Может ли натуральное число, сумма цифр которого равна 6, быть квадратом какого-нибудь натурального числа?

Замечание 1. Все выкладки необходимо обосновывать. Например, в задаче 5 необходимо найти все возможные варианты и доказать, что других нет.

Замечание 2. В задачах 1 и 5 мы поставили черту над числами $\overline{12*45678}$ и $\overline{23a5b}$ для того, чтобы не путать с произведением чисел (например, $12 \cdot 45678$). Если она вам покажется непривычной, то при решении задач 1 и 5 вы можете их не писать.