7 класс (2016-17 учебный год).

Занятие 1. Введение в кинематику. Равномерное прямолинейное движение

Часть 1. Теория и примеры решения задач

Материальная точка. Тело отсчета. Декартова система координат

Кинематика — это раздел механики, которая изучает движения тел без исследования причин, вызвавших это движение.

Все окружающие нас тела имеют размер. К счастью, во многих случаях ответы на интересующие нас вопросы, либо совсем не зависят от размеров и формы тел, либо эта зависимость является очень слабой и ею можно пренебречь, сопоставив всему телу какую-нибудь одну его точку. **Материальной точкой** называется физическое тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь. В дальнейшем для краткости мы будем часто вместо термина «материальная точка» употреблять термин «частица».

Движение тел происходит в пространстве с течением времени. Положение любого тела в пространстве можно задать только по отношению к какому-нибудь другому телу, которое называют **телом отсчета**. С телом отсчета связывают **систему координат**, которая позволяет формализовать и, благодаря этому, значительно облегчить описание положения интересующего нас тела.

Проще всего описать движение материальной точки вдоль прямой. В этом случае одна из точек прямой, вдоль которой движется частица, выбирается за начало отсчета (за ноль). Кроме того, на этой прямой задается положительное направление. Такую «ориентированную» прямую с выбранной нулевой точкой обычно называют осью координат или просто осью. В положительной части оси координата точки равна расстоянию точки от начала отсчета (начала координат), в отрицательной части – координата равна этому расстоянию со знаком минус.

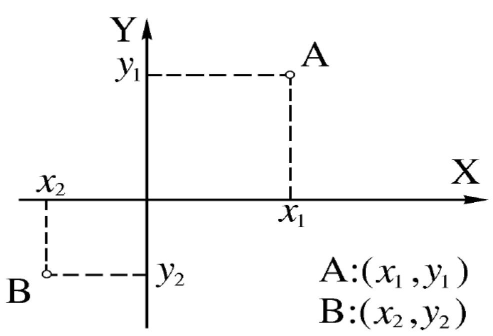


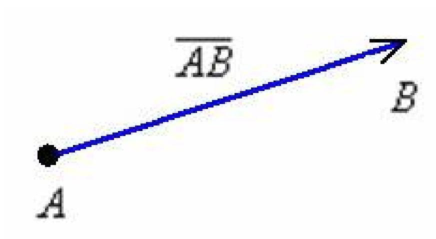
Рис. 1

При описании движении частицы на плоскости наиболее часто применяется декартова система координат, названная по имени французского ученого René Descartes (1596–1650). На плоскости через выбранное начало отсчета O проводятся под прямым углом две координатные оси X и Y (рис. 1). Из интересующей нас точки опускаются перпендикуляры на оси и определяются координаты x и y их оснований (по правилу, сформулированному выше для одной оси). Координаты точки на плоскости записывают в круглых скобках через запятую: (x, y). В приведенных на рисунке 1 примерах координаты x_1, y_1 – положительные, а координаты x_2, y_2 – отрицательные.

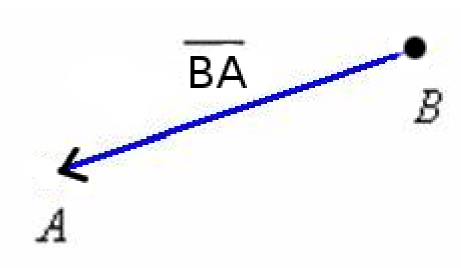
Для удобства в дальнейшем мы будем периодически использовать векторную терминологию вместо координатной.

Понятие о векторах.

Вектором называется направленный отрезок, для которого указано его начало и конец. В приведенном на рисунке примере началом вектора является точка A, а концом — точка B. В тексте вектор можно обозначать по-разному, например: **AB** (сравните AB — это отрезок), $\overrightarrow{AB}$.(со стрелкой сверху). При такой записи первая буква обозначает начало вектора, а вторая его конец. Часто



вектора обозначают также просто латинскими буквами со стрелкой: $\vec{F}$, $\vec{a}$. Обычно для краткости мы будем использовать именно такое обозначение. Заметим, что если на рисунке переставить стрелку в другой конец отрезка AB, то получится совершенно другой вектор: **BA**. Причем по определению считают, что **BA = – AB.**



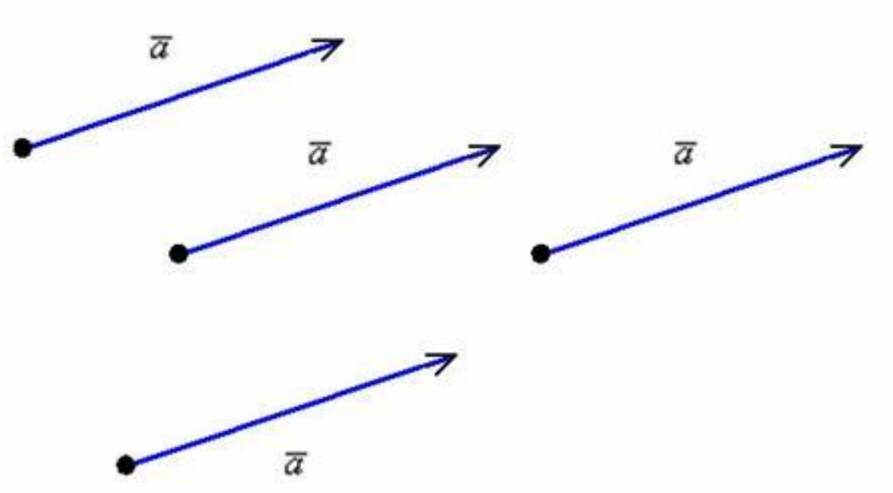
Нулевой вектор — это вектор, у которого начало совпадает с концом.

Проекцией вектора на какую-либо ось называют разность координат по этой оси конца вектора и его начала. Часто проекцию вектора называют также **координатой вектора**. Пусть, например, известны координаты точек A(x_1,y_1) и B(x_2,y_2). Тогда координаты (проекции) вектора $\vec{F}$ = **AB** будут следующими: ($x_2 – x_1$, $y_2 – y_1$). Проекцию вектора $\vec{F}$ на ось x (координату вектора по оси x) обозначают F_x, т.е. в нашем примере $F_x = x_2 – x_1$, $F_y = y_2 – y_1$.

Длиной (величиной или **модулем)** вектора **AB** называется длина отрезка AB. Модуль обозначается прямыми скобками: |**AB**|. Модуль (величину) вектора $\vec{F}$ можно обозначать либо также с помощью прямых скобок ($|\vec{F}|$), либо просто буквой без стрелки: F.

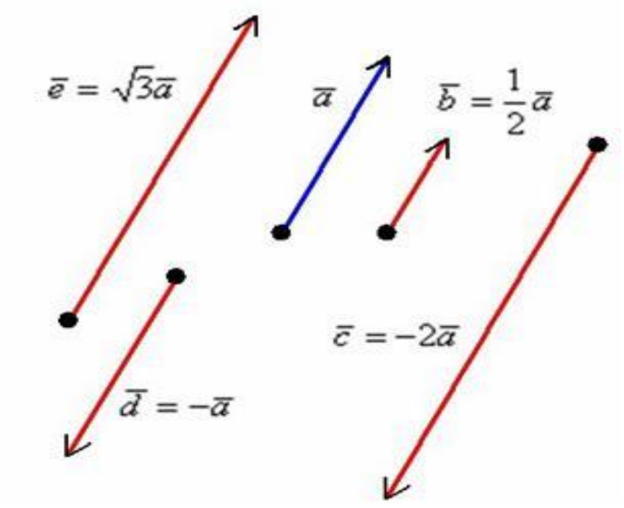
Два вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых. Коллинеарность векторов обозначается обычным значком параллельности: $\vec{F} \parallel \vec{a}$. Если коллинеарные векторы направлены в одном направлении, то такие векторы называются **сонаправленными:** $\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{a}$. Если же коллинеарные векторы направлены в противоположные стороны, то они называются **противоположно направленными:** $\vec{F} \uparrow\downarrow \vec{a}$.

В математике чаще всего по умолчанию рассматривают так называемые **свободные векторы. Свободный вектор** характеризуется только направлением и модулем, а из какой точки он начинается — неважно. Иными словами, два свободных вектора равны, если они сонаправлены и имеют одинаковую длину. Например, все свободные векторы на рисунке ниже равны между собой:



Очевидно, свободные векторы однозначно задаются своими проекциями (координатами). Т.е. для свободного вектора $\vec{F}$ равного вектору **AB**, начинающемуся в точке $A(x_1,y_1)$ и заканчивающемуся в точке $B(x_2,y_2)$ можно записать: $\vec{F} = (x_2 - x_1,\ y_2 - y_1)$. Поэтому любое векторное равенство свободных векторов на плоскости эквивалентно двум скалярным равенствам проекций соответствующих векторов на любые две взаимно перпендикулярные оси.

Произведением ненулевого вектора **a** на число c называется такой вектор **b**, длина которого равна |c||**a**|, причём векторы **a** и **b** сонаправлены при c>0 и противоположно направлены при c<0. Умножение нулевого вектора на любое число дает снова нулевой вектор. Правило умножения вектора на число проиллюстрировано на рисунке.



Таким образом, при умножении вектора на число получается вектор коллинеарный исходному. Обратное также справедливо: если первый вектор коллинеарен второму, то его можно получить из второго вектора умножением на некоторое число. Нетрудно также убедиться, что если вектор умножается на некоторое число, то и все его координаты (проекции) умножаются на это число.

Система отсчета. Перемещение. Длина пути.

С течением времени положение частицы может изменяться. Зависимость координат точки от времени называют **ее законом движения**. Для нахождения закона движения какой-либо материальной точки (частицы) кроме тела отсчета и связанной с ним системы координат необходимы также способ измерения времени (часы) и начало его отсчета.

Тело отсчета, связанную с ним систему координат, а также способ измерения времени и начало его отсчета, называют **системой отсчета.**

Выбор системы отсчета **в кинематике** произволен и подчинен в основном удобству решения рассматриваемой задачи. Например, вряд ли будет удобно изучать движение машины по земле, если в качестве тела отсчета выбрать Солнце.

Движение точки характеризуют также ее перемещением, траекторией и длиной пути.

Перемещением частицы за некоторый промежуток времени называется вектор $\vec{S}$, соединяющий положение частицы в начале и в конце этого промежутка времени. Из приведенных выше сведений о векторах следует, что проекция перемещения частицы на любую ось равна разности ее координат по этой оси в конце и в начале данного промежутка времени. Пусть, например, частица начала двигаться из точки А (рис. 1) и через время τ[1] оказалась в точке В. Тогда перемещение частицы за промежуток времени τ будет равно вектору $\vec{S} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$.

Траектория тела — это линия, которую описывает материальная точка в пространстве при своем движении. Если тело движется по отрезку прямой, то такое движение называется **прямолинейным.** Во всех остальных случаях движение называется **криволинейным.**

Длиной пути (или путем) называют длину участка траектории, пройденного частицей за данный промежуток времени. Длину пути обычно обозначают буквами L или S. Однако, чтобы избежать путаницы с модулем перемещения, для обозначения пути лучше использовать только букву L (большое) или l (малое).

Очевидно, модуль перемещения равен длине отрезка, соединяющего начальное и

[1] греческая буква τ часто используется для обозначения промежутков времени.

конечное положением тела, и, следовательно, модуль перемещения частицы за некоторый интервал времени не может превышать длину пути, пройденного ею за этот же интервал времени. Более того, очевидно, что равенство этих двух величин возможно только при прямолинейном движении частицы **в одном направлении**.

Средняя величина скорости. Равномерное движение.

Важной характеристикой движения является его скорость. В кинематике используют несколько различных видов скоростей. Например, **средней величиной скорости** (которую иногда также называют средней путевой скоростью**)** называется скалярная величина, равная отношению длины пути ΔL, пройденного частицей, к промежутку времени Δt, за который этот путь был пройден:

$$u_{cp} = {}^{\Delta L}\!/_{\Delta t}\,. \quad (1)$$

Заметим, что средняя величина скорости не может быть отрицательной величиной. Из (1) следует, что в системе единиц СИ средняя величина скорость имеет размерность «метр в секунду» (м/с).

В этом задании мы подробно рассмотрим только равномерное движение тел. **Равномерным движением** называют движение, при котором частица за **любые** равные промежутки времени проходит участки траектории одинаковой длины.

Пример 1. Будет ли равномерным прямолинейное движение, при котором за любую секунду тело проходит ровно один метр?

Решение. Не обязательно. Например, полсекунды тело покоится, а затем полсекунды движется со скоростью 2 м/с, потом полсекунды опять покоится, а затем полсекунды опять движется со скоростью 2 м/с и т.д. Тогда для любого момента включения секундомера каждую очередную секунду тело будет проходить один метр, но не каждые очередные полсекунды тело будет проходить одинаковые расстояния. Таким образом, в определении равномерного движения очень важно, что рассматриваемые равные промежутки времени могут быть любыми по величине.

Очевидно, при равномерном движении средняя величина скорости не зависит от времени усреднения, т.е. от величины интервала времени Δt в формуле (1). Поэтому можно сказать, что равномерное движение это движение с постоянной величиной скорости u. В связи с этим часто вместо того, чтобы говорить «машина **равномерно** двигается со скоростью V», говорят просто «машина двигается со скоростью V», подразумевая, что поскольку про изменение скорости машины ничего не сказано, значит, скорость постоянна, и, следовательно, движение машины равномерное. Вместе с тем, например, фраза «найти путь, пройденный частицей, к моменту времени, когда ее скорость станет равна V» , очевидно, подразумевает, что скорость частицы меняется. Поэтому надо учитывать, в каком контексте говорится о скорости V.

Из формулы (1) сразу следует, что при равномерном движении длина пути, пройденного частицей с момента t_0 начала ее движения или наблюдения за ее движением до текущего момента времени t, линейно зависит от интервала времени $t-t_0$:

$$L = u\left(t-t_0\right), \quad t \geq t_0. \quad (2)$$

Пример 2. Найти среднюю скорость пешехода, если (1/N) часть **времени** пешеход двигался со скоростью V_1, а оставшееся время – со скоростью V_2.

Решение. Пусть полное время движения пешехода T. Тогда за все это время он пройдет путь $L = V_1\,T/N + V_2\,T\,(N-1)/N$. Здесь первое слагаемое равно пути, пройденному пешеходом со скоростью V_1, а второе слагаемое равно пути, пройденному пешеходом со скоростью V_2. Поэтому средняя скорость пешехода по определению равна: $V_{ср} = L/T = (V_1 + (N-1)\,V_2)/N$.

Закон движения при равномерном прямолинейном движении.

Если тело движется прямолинейно и равномерно, то такое движение всегда происходит в одном направлении. Это связано с тем, что, как следует из закона инерции Галилея, который будет изучаться в динамике, скорость любого тела не может менять свое направление скачком. Поэтому, если выбрать ось координат Ох вдоль прямой, по которой движется частица, то при равномерном прямолинейном движении всегда будет справедливо равенство $L = \left|x - x_0\right|$. Здесь L – длина пути, пройденного частицей с момента времени t_0 до момента времени t, $x -$ координата частицы в момент времени t, а $x_0 -$ координата частицы в момент времени t_0. Следовательно, в этом случае формулу (2) можно записать в виде:

$$x - x_0 = u_x\left(t-t_0\right) \quad (3).$$

В (3) $u_x -$ проекция скорости частицы на ось Ох. Эта проекция положительна, если частица движется в положительном направлении оси Ох, и отрицательна, если частица движется в отрицательном направлении оси Ох. Причем $\left|u_x\right| = u$, где u – скорость равномерного движения частицы. Напомним также, что в (3) $x -$ координата частицы в момент времени t, а $x_0 -$ координата частицы в момент времени t_0. **Уравнение (3) выражает закон движения**

материальной точки движущейся равномерно вдоль оси Ох.

Пример 3. Две машины движутся равномерно по прямой дороге со скоростями $V_1 = 8$ м/с и $V_2 = 4$ м/с. Когда часы неподвижного наблюдателя показывали 12.00, первая машина находилась на расстоянии $L_1 = 210$ м слева от него, а вторая – на расстоянии $L_2 = 70$ м справа. Когда и где машины встретились (или встретятся)? Размерами машин можно пренебречь. Постарайтесь получить общую формулу для всех четырех возможных случаев направлений движения машин.

Решение. Свяжем систему отсчета с Землей, ось Ох направим вдоль дороги слева направо относительно наблюдателя, за ноль на оси Ох возьмем место нахождения наблюдателя, за начала отсчета времени возьмем момент, когда часы наблюдателя показывали 12.00. Тогда, т.к. по условию машины двигаются равномерно, то, пользуясь формулой (3), получим, что координаты машин будут меняться по законам: $x_1(t) = - L_1 + V_{1x} t$; $x_2(t) = L_2 + V_{2x} t$. Здесь V_{1x} и V_{2x} – проекции векторов скоростей соответственно первой и второй машин на ось Ох. Очевидно, $V_{1x} = V_1$, если первая машина движется в положительном направлении оси Ох, и $V_{1x} = - V_1$, если в отрицательном. Аналогично для второй машины. Момент встречи найдем, приравнивая координаты первой и второй машин: $t_0 = (L_1 + L_2)/(V_{1x} - V_{2x})$. Подставляя найденное время встречи в формулу зависимости от времени координаты первой (или второй) машины, найдем место встречи машин: $x_0 = (L_1V_{2x} + L_2V_{1x})/(V_{1x} - V_{2x})$. Заметим, что если время t_0 получится отрицательным, то это означает, что встреча машин произошла до того, как часы наблюдателя показали 12.00. В этом случае полученный ответ будет иметь физический смысл только в предположении, что характер движения машин до начала наблюдения был таким же, как и после 12.00. Данное предположение обосновано тем, что в условии ничего не сказано про возможность изменения характера движения машин (в условии просто сказано, что «две машины движутся равномерно»). Теперь остается провести расчеты для 4 возможных случаев направлений движения машин:

1) обе машины движутся слева направо по отношению к наблюдателю, т.е. $V_{1x} > 0$, $V_{2x} > 0$: $t_0 = 70$ с, $x_0 = 350$ м;

2) машины движутся навстречу друг другу, причем первая машина едет слева направо, т.е. $V_{1x} > 0$, $V_{2x} < 0$: $t_0 = 70/3 \approx 23{,}3$ с, $x_0 = - 70/3 \approx - 23{,}3$ м;

3) машины движутся навстречу друг другу, причем вторая машина едет слева направо, т.е. $V_{1x} < 0$, $V_{2x} > 0$: $t_0 = - 70/3 \approx 23{,}3$ с, $x_0 = - 70/3 \approx - 23{,}3$ м;

4) обе машины движутся справа налево, т.е. $V_{1x} < 0$, $V_{2x} < 0$: $t_0 = - 70$ с, $x_0 = 350$ м.

Общие указания по оформлению решения задач.

1. В решении следует в произвольной форме пояснять, на основании чего записаны те или иные формулы. Например: «пользуясь определением средней величины скорости, получим…» или « используя формулу для изменения координаты при равномерном прямолинейном движении, получим…» и т.п.

2. Решение, как правило, следует проводить «в общем виде» (в буквенных обозначениях), а не «в числах». Исключения допустимы только в тех случаях, когда учет конкретных числовых значений величин, данных в задаче, принципиально упрощает ее решение.

3. В окончательный ответ не должны входить величины, которых нет в условии задачи, за исключением различных физических постоянных (например, ускорение свободного падения всегда считается известным по умолчанию).

4. Если в условии даны численные значения известных величин, то ответ должен обязательно содержать не только формулу, но и число.

5. При решении задачи нельзя записывать уравнения, содержащие сумму или разность величин разной размерности, а также размерных и безразмерных величин. Т.е. записи вида «t+1», где t – время, недопустимы!