



Задача Фанерного треста и рождение математической ЭКОНОМИКИ

Л.В. Канторович

В 1939 году была опубликована небольшая книга одного из выдающихся ученых XX века Леонида Витальевича Канторовича (1912—1986), которая называлась «Математические методы организации и планирования производства». Хотя эта книжка и была издана совсем малым тиражом издательством Ленинградского государственного университета, её появление знаменовало открытие нового направления в науке, которое получило название линейного программирования, а в дальнейшем — математической экономики.

В 1937 году к уже известному ученому-математику обратились за консультацией работники Фанерного треста с вопросом о наиболее выгодном распределении материала между имеющимися станками. С этой «задачи по раскрою фанеры» (С. Чесноков; коллега Л.В. Канторовича, профессор Высшей школы экономики при МГУ, физик, социолог, бард) все и началось. На 14-й странице указанной книги имеется пример 2, где её автор пишет: «Как раз первый вопрос, с которого я начал работу, предложенный центральной лабораторией Фанерного треста, относился именно к этой задаче — максимальному выпуску продукции данного ассортимента. Нами был решен конкретный пример. Работа эта была сдана лаборатории. Там был такой случай: имеется восемь лучильных станков и пять различных номенклатур материала. Производительность каждого

станка по каждой номенклатуре материала дана в таблице (*мы её здесь опускаем* — ред.). Требовалось установить распределение, обеспечивающее максимальную выработку при условии, что материал 1-й номенклатуры составляет 10%, 2-й — 12%, 3-й — 28%, 4-й — 36%, 5-й — 14%». И далее: «В смысле получения эффекта обстоятельства здесь были сравнительно неблагоприятные в том отношении, что условия работы на всех станках были, примерно, одинаковые; все же получилось увеличение выпуска продукции по сравнению с наглядным решением (если на каждом станке выдержать соотношения по ассортименту) в размере 5%. В других случаях, где большая вариация производительности по видам материалов, такое решение может дать и больший эффект. Но даже увеличение на 5%, достигаемое без всяких затрат, имеет практическое значение».

По поводу этого вопроса Леонид Витальевич в предисловии к книге писал: «Оказалось, что эта задача не является случайной. Я обнаружил большое число разнообразных задач, имеющих аналогичный математический характер... Это настойчиво побудило меня к поиску эффективного метода их решения». Какое именно разнообразие задач было обнаружено автором книги видно из её оглавления, которое содержит 9 параграфов и три приложения (в которых изложены теоретические основы метода и численное решение задачи Фанерного

треста). Названия параграфов впечатляют: I. Распределение обработки деталей по станкам, дающее максимальную производительность при условии комплексности (Постановка основных математических задач); II. Организация производства с обеспечением максимального выполнения плана при условии заданно ассортимента; III. Наиболее полное использование механизмов; IV. Максимальное уменьшение отходов; V. Максимальное использование комплексного сырья; VI. Наиболее рациональное использование топлива; VII. Наилучшее выполнение плана строительства при наличных строительных материалах; VIII. Наилучшее распределение посевной площади; IX. Наилучший план перевозок; Приложения: 1. Метод разрешающих множителей; 2. Решение задачи А для сложного случая (Задача Фанерного треста); 3. Теоретическое добавление – доказательство существования разрешающих множителей.



Второй слева – 15-летний студент Л. Канторович

Чтобы читатель мог более полно представить себе всю важность, глубину и разнообразие рассмотренных задач процитируем из книги Л.В. Канторовича ещё транспортную задачу, восходящую к работе Г. Монжа «О выемках и насыпях», которая была написана еще при Наполеоне и была связана с организацией и экономной постройкой

военных оборонительных сооружений. Теперь задачу экономного перемещения грунта называют задачей Монжа – Канторовича. Итак, цитируем из параграфа IX книги: «...Укажем ещё одну задачу другого порядка...; это выбор путей перевозок. Пусть имеется несколько пунктов A, B, C, D, E (на рисунке в книге: $ABCD$ – выпуклый четырёхугольник, E – точка внутри него, соединенная отрезками со всеми его вершинами (*прим. ред.*), которые связаны между собой железнодорожной сетью. Можно перевозку из B в D осуществлять по кратчайшему пути BED , но можно воспользоваться и другими путями, а именно: BCD, BAD . Пусть далее задан график грузовых потоков, т. е. из A и B нужно перевести такое-то число вагонов, из D и C – такое-то и т. д. Задача состоит в следующем. Задана максимальная в данных условиях (она может, конечно, меняться при новых методах работы транспорта) пропускная способность каждой дороги. Необходимо распределить грузовой поток по различным путям так, чтобы, учитывая при этом пустой прогон вагонов (т. е. добиваясь максимального уменьшения его) и учитывая максимальную возможную нагрузку дорог, осуществить необходимые перевозки при минимальном расходе топлива. Как уже было указано, эта задача также может быть решена нашими методами...».

Созданная Л.В. Канторовичем теория линейного программирования, ее важность для приложений – решения макроэкономических задач ценообразования и планирования в масштабах всей страны с плановой экономикой математики поняли сразу (в отличие от экономистов, чиновников и политиков). Соответствующая тематика задач стала появляться даже на школьных математических олимпиадах, на вступительных экзаменах в вузы и в работах Летних школ для старшеклассников. В частности, по

инициативе А.Н. Колмогорова в Летней Школе на Рубском озере (50 км от г. Иванова) в 1968 году, в которой он и сам принимал участие, лекции по этой теме читал профессор С.В. Смирнов и его небольшой курс назывался «Линейное программирование». В этом курсе рассматривались, конечно, задачи линейного программирования с двумя неизвестными, но вплоть до получения необходимого и достаточного условия максимума рассматриваемой величины. Курс начинался с такой вводной задачи: Турист собирается в поход и складывает рюкзак. Он должен взять с собой два вида продуктов, причем продуктов первого вида не меньше d_1 , а второго не меньше d_2 . Но общий вес их, естественно, ограничен некоторой величиной d_3 . Известна калорийность единицы каждого продукта. Она равна c_1 и c_2 соответственно. Сколько нужно взять продуктов каждого вида, чтобы общая калорийность была наибольшей?

Эта, так называемая текстовая (по школьной терминологии) задача, приводит к тому, что нужно найти $\max(c_1x_1 + c_2x_2)$ при условии, что x_1 и x_2 удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} x_1 \geq d_1, \\ x_2 \geq d_2, \\ x_1 + x_2 \leq d_3 \end{cases}$$

В задаче Фанерного треста у Канторовича Л.В. возникла аналогичная задача, но для пяти переменных (и автор классифицировал её как сложную). Задачи же, важнейшие для развития страны, приводят уже к таким математическим постановкам, в которых участвует огромное количество переменных. Если переменных в такой задаче 2 или 3, то еще возможно применение наглядных графических соображений, которые позволяют отыскать ее решение. Заслуга Канторовича Л.В. состоит в том, что им была создана теория поиска экстремума

и новый метод, позволяющий эффективно решать сложные задачи математической экономики.

Книга Л.В. Канторовича, о которой идет речь, была встречена экономистами в штыки и была объявлена ошибочной, а автору было предписано прекратить исследования по экономике. Это было серьезное, по тем временам, предупреждение власть имущих и активные исследования были приостановлены. Однако и в этот самый сложный для жизни ученого период появились и другие работы с экономическим содержанием: «Методы рационального раскроя материала» (1942), «Выбор поставов, обеспечивающих максимальный выход пилопродукции в заданном ассортименте» (1949), «Экономический расчет наилучшего использования ресурсов» (1959). Несмотря на существующие нападки, в 1958-м году Канторовича Л.В. избирают, тем не менее, членом-корреспондентом АН СССР по экономическому отделению; академиком (уже по отделению математики) он был избран в 1964-м году.

Время шло, мировая наука не стояла на месте и во время войны американский экономист Тьяллинг Купманс пришел к тем же математическим постановкам экономических задач (что и у Канторовича), но в военной области (разработка военных операций, распределения ресурсов и т. п.). Нужно подчеркнуть, что, узнав о книге Канторовича, о которой сейчас идет речь и последующих его работах, американские ученые никогда приоритет открытия у него не оспаривали, а всячески пропагандировали работы Л.В. Канторовича за рубежом. Например, именно Т. Купманс перевел его работу «О перемещении масс» на английский язык.

Отметим здесь, что военная тематика не обошла стороной и Канторовича. В 1948-м году издается постановление Совета Министров СССР, в котором

было, в частности, предписано: ...«в двухнедельный срок организовать в Ленинградском филиале Математического института АН СССР, расчётную группу (по Атомному проекту (*прим. ред.*) в количестве до 15 человек, возложив научное руководство этой группой на проф. Канторовича». В 1949 году, в частности и за эту работу по Атомному проекту, Канторович Л.В. был удостоен Государственной премии СССР.

В 1965 г. Л.В. Канторовичу, В.В. Новожилову и В.С. Немчинову была присуждена (совместно) Ленинская премия. Несмотря на явную «подковёрную борьбу», желание зафиксировать русский приоритет в создании теории линейного программирования было решающим обстоятельством.

В 1975 году сразу два советских ученых были удостоены Нобелевской премии: по экономике Л.В. Канторович (совместно с Т. Купмансом) и Премии мира – А.Д. Сахаров. Власти не пустили А.Д. Сахарова в Швецию на церемонию вручения премии, а на Л.В. Канторовича оказывали всяческое давление, чтобы он подписал коллективное письмо академиков с осуждением Нобелевского комитета мира. Однако, один из немногих академиков, кто это письмо не подписал, был В.Л. Канторович.

Перед вручением Нобелевской премии было рассказано о заслугах награждаемых. В речи профессора Королевской Академии Наук Рагнара Бентзеля о Л.В. Канторовиче было сказано так: «...Основные экономические проблемы одинаковы для любого общества, независимо от типа его политической организации, является ли оно капиталистическим, социалистическим или каким-либо другим. Поскольку запас производственных ресурсов всюду ограничен, каждое общество сталкивается с кругом вопросов, касающихся оптимального

использования имеющихся ресурсов и справедливого распределения дохода между гражданами. Точка зрения, с которой могут рассматриваться подобные нормативные вопросы, не зависит от политической организации рассматриваемого общества. Этот факт прекрасно иллюстрируют два лауреата этого года – профессор Леонид Канторович и Тьяллинг Купманс. Хотя один из них жил и работал в Советском Союзе, а другой – в Соединенных Штатах, оба исследователя проявили поразительное сходство в своем выборе проблем и методов. Для обоих эффективность производства заняла центральное место в их исследованиях, и независимо друг от друга они разработали похожие производственные модели.

В конце тридцатых годов перед Канторовичем встала конкретная плановая проблема: как скомбинировать на фабрике имеющиеся производственные ресурсы таким образом, чтобы продуктивность была максимальной. Он решил эту проблему, создав новый тип анализа, позже названный линейным программированием. Это методика нахождения максимального значения линейной функции при ограничениях, состоящих из линейных неравенств. Характерной чертой этой методики является то, что вычисления дают в качестве побочного результата некоторые выражения, называемые «теневыми ценами», которые обладают определенными свойствами, делающими их пригодными для использования в качестве расчетных цен.

... Этими исследованиями Канторович сильно повлиял на экономические дискуссии, ведущиеся в Советском Союзе...».

В возрасте 14 лет Л.В. Канторович стал студентом Ленинградского университета с ярко выраженным интересом к изучению математики.

Начиная со второго курса, он начинает активно работать в научных семинарах под руководством В.И. Смирнова, Г.М. Фихтенгольца, Б.Н. Делоне и др. Он настолько активен, что сумел войти в современную тематику существенно новых направлений и уже в 1929 году он публикует несколько статей по теории функций и множеств, тематика которых восходила к математикам московской школы Лузину, Колмогорову и др. Леонид Витальевич считал своими учителями Г.М. Фихтенгольца, А.Н. Колмогорова, С.Н. Бернштейна и В.И. Смирнова. Контакты у Канторовича с Колмогоровым возникли как раз в связи с работами по теории функций. А.Н. Колмогоров предоставил молодому ученому свои неопубликованные рукописи по этой теме, написанные в 1920-м году (они появились в печати только в 1987 году, в год смерти А.Н. Колмогорова), пригласил сделать доклад на втором Всесоюзном съезде математиков, всячески его поддерживал в трудные и жестокие для Л.В. Канторовича времена. А.Н. Колмогоров очень высоко оценивал математические работы Л.В. Канторовича и считал его одним из ведущих и ярких математиков.

Окончил университет Л.В. Канторович в 18 лет, в 20 лет он становится доцентом, а в 22 профессором факультета, на котором учился («профессор-комсомолец» – так о нем писали). Став в 20 лет доцентом в университете, он параллельно был избран профессором, зав. кафедрой математики промышленно-строительного вуза, где преподавал с 18 лет. Об этом в своей статье его ученик и коллега Виктор Залгаллер пишет так: «Когда он пришел на первую лекцию, пара студентов кричала ему: «Парень, садись на место! Сейчас профессор придет». К 1941 г. из этого вуза образовалось Высшее военно-инже-

нерное техническое училище. Рядовому Л.В. присвоили сразу звание майора. С этим училищем он провёл годы войны в Ярославле. ... Сейчас на здании этого, ныне Военно-инженерного университета в Санкт-Петербурге есть мемориальная доска о том, что здесь с 1930 по 1948 гг. работал Леонид Витальевич Канторович».

Период с 1936 по 1938 год потрясает плодотворностью математической деятельности Л.В. Канторовича. Работы по теории приближений функций многочленами, по функциональному анализу, вариационному исчислению, по приближенным методам вычислений и другим областям были выполнены на высоком научном уровне, во многом были пионерскими. Его большая обобщающая и более ранние исследования статья «Функциональный анализ и прикладная математика» (1948) буквально изменила лицо вычислительной математики. Эта статья была отмечена присуждением Л.В. Канторовичу Сталинской премии 1949 г.

Математик, экономист Л.В. Канторович подготовил много первоклассных ученых: среди математиков – Г.П. Акилов, Б.Н. Вулих, М.К. Гавурин, А.Г. Пинскер и др., а в математической экономике – А.Г. Аганбегян, В.Л. Макаров и др. Все они благодарны своему учителю, отмечают его замечательные душевные качества и стойкость, теплоту и доброжелательность в общении. К 90-летию со дня рождения Л.В. издана книга «Леонид Витальевич Канторович: человек и учёный», Новосибирск, 2002, 542 стр. В ней можно найти интересные документы, воспоминания многих людей о Канторовиче Л.В., воспоминания самого Леонида Витальевича.

Материал для публикации подготовил В.В. Вавилов.