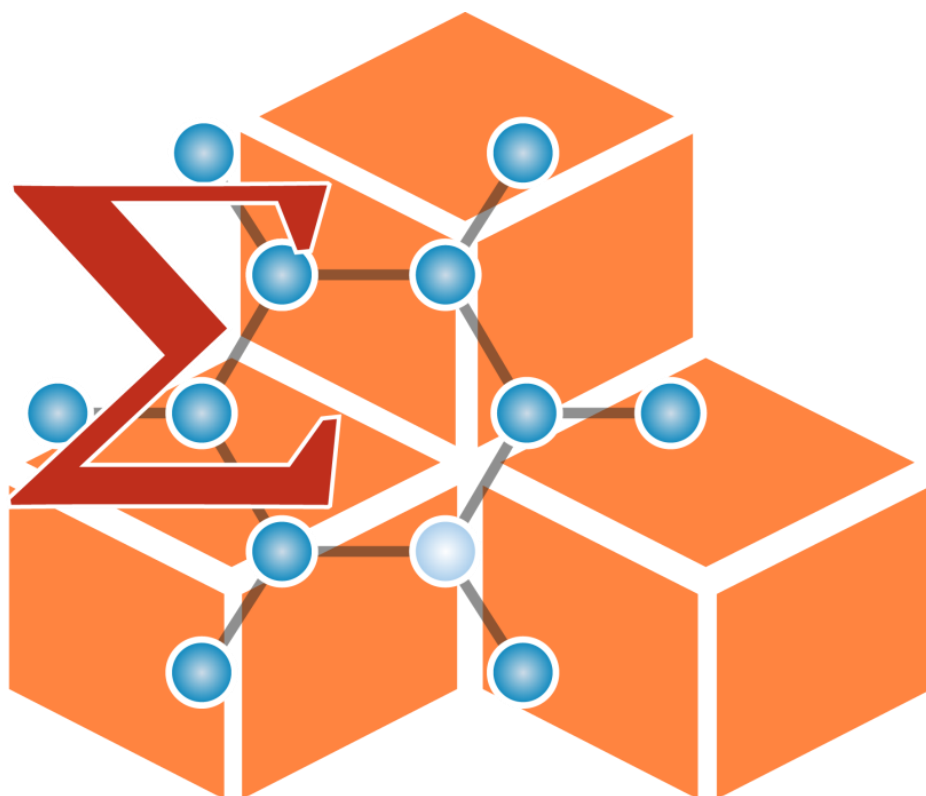


XV КОЛМОГОРОВСКИЕ ЧТЕНИЯ



XV KOLMOGOROV READINGS

ADVANCED EDUCATIONAL AND SCIENCE CENTER

**Proceedings of the
XV International Scientific Conference of students
“Kolmogorov readings”
May 5-8, 2015**

MATHEMATICS

**AESC MSU
2015**

**СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
(факультет) – школа-интернат имени А.Н. Колмогорова
Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова**

**Материалы
XV Международной научной конференции школьников
“Колмогоровские чтения”
5-8 мая 2015**

МАТЕМАТИКА

**СУНЦ МГУ
2015**

Председатель организационного комитета
XV Международной научной конференции школьников

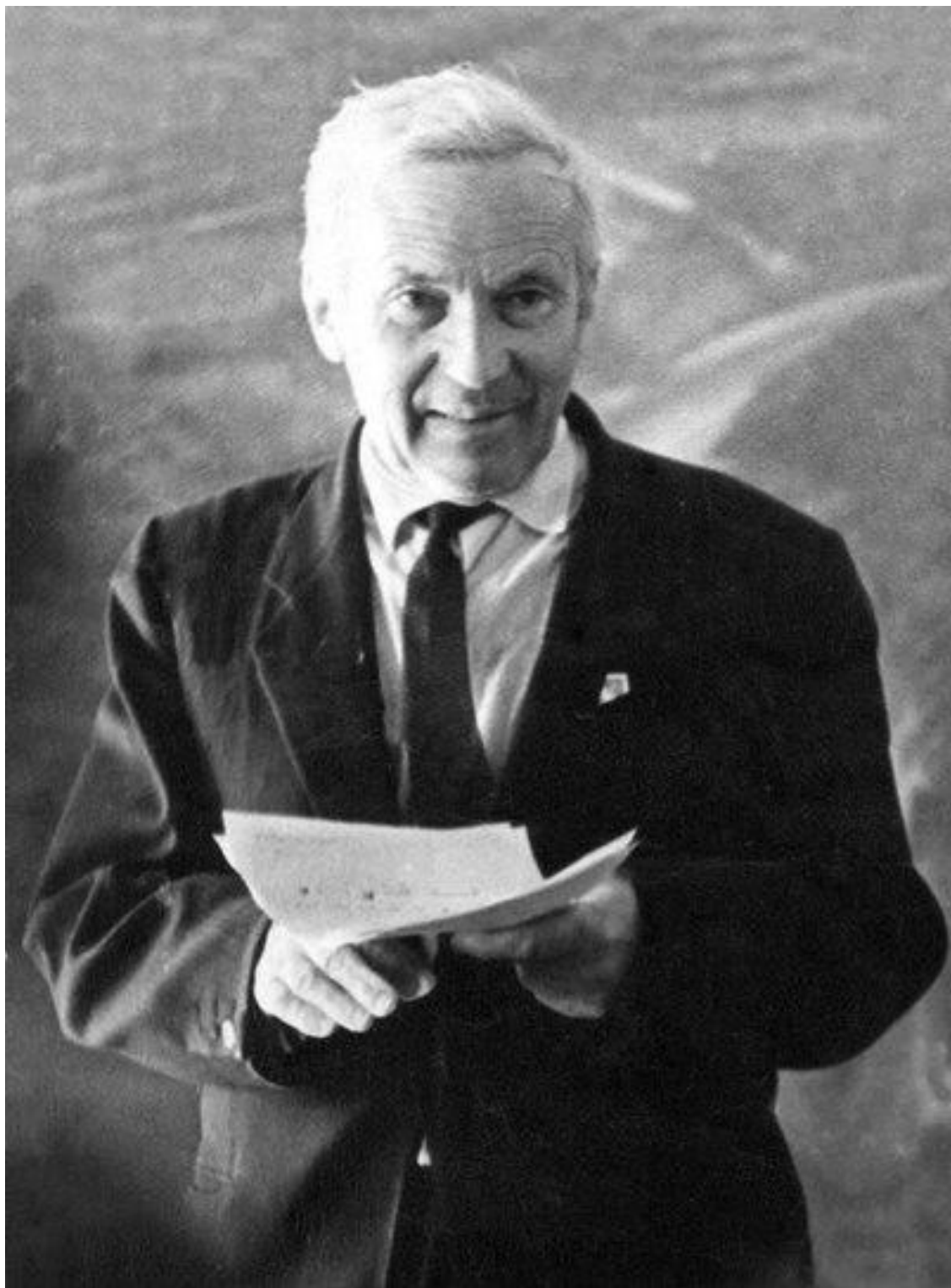
“Колмогоровские чтения” –
академик В.А. Садовничий

Редакционный совет сборника тезисов “Математика”:
О.Н. Герман (председатель), В.В. Вавилов, В.Н. Дубровский

Материалы
XV Международной научной конференции школьников
“Колмогоровские чтения”

В настоящий сборник вошли тезисы приглашённых докладчиков
XV Международной научной конференции школьников
“Колмогоровские чтения” по секции
“Математика”.

© Специализированный учебно-научный центр (факультет) –
школа-интернат имени А.Н. Колмогорова
Московского государственного университета имени
М.В. Ломоносова, 2015 г.



*Қақ в спорте не сразу ставят рекорды, так и подготовка к настоящему
научному творчеству требует тренировки.*

А.Н. Колмогоров

РАДИОАКТИВНЫЙ РАСПАД

Мухалёва Надежда

10 класс, Специализированный учебно-научный центр (факультет) — школа-интернат имени А.Н. Колмогорова МГУ имени М.В. Ломоносова

Научные руководители: проф. каф. мат. СУНЦ МГУ В.В. Вавилов,
н.с. каф. мат. СУНЦ МГУ Ю.В. Курышова

В работе исследованы явление радиоактивности и математическая модель радиоактивного распада, решено несколько задач методом изоклин.

Закон радиоактивного распада описывается дифференциальным уравнением

вида $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ (где N — количество радиоактивного материала, λ — постоянная распада, равна вероятности радиоактивного распада каждого ядра за единицу времени; знак минус в правой части означает, что количество радиоактивного материала $N(t)$ со временем уменьшается). Исследование математической модели было проведено с помощью двух методов: построением изоклин и методом "тыка". В результате исследование показало, что решением этого дифференциального уравнения является уравнение вида $N(t) = Ce^{-\lambda t}$ (где C — начальное количество радиоактивного вещества при начальном времени $t=0$).

Метод изоклин заключается в построении геометрического места точек, в которых касательные к искомым интегральным кривым имеют одно и то же направление. Для каждой задачи, решенной методом изоклин, построено семейство графиков функций, соответствующее данному уравнению.

Список литературы:

С.М. Никольский. Элементы математического анализа. -М.: Наука, 1989.

Я.Б. Зельдович, И.М. Яглом. Высшая математика для начинающих физиков и техников. -М.: Наука, 1982. 512 с.

Б.В. Булюбаш. Статья "Антуан Анри Беккерель" в журнале Потенциал. — (выпуск №12, 2012)

Радиоактивность. (<http://nuclphys.sinp.msu.ru/anuc/anuc07.htm>)

ДИАГРАММЫ КАСАТЕЛЬНЫХ ДЛЯ КЛАССА ДРОБНО-КВАДРАТИЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Александра Базылева

10 класс, Специализированный учебно-научный центр (факультет) —
школа-интернат имени А.Н. Колмогорова МГУ имени М.В. Ломоносова

Научные руководители: проф. каф. мат. СУНЦ МГУ В.В. Вавилов,
н.с. каф. мат. СУНЦ МГУ Ю.В. Курышова

В работе проведено исследование несократимых дробей вида $y(x) = \frac{Ax^2 + Bx + C}{ax^2 + bx + c}$ элементарными методами, без привлечения аппарата математического анализа.

Проведенный анализ графиков по взаимному расположению нулей числителя и знаменателя, дискриминанту D знаменателя, знаку ненулевого выражения K , зависящего от коэффициентов исходной функции, позволяет выделить *девять* основных типов графиков дробно-квадратичных функций:

Если $D > 0$, $a \neq 0$ — имеем три типа графиков: 1) $aB - Ab \neq 0$; $K < 0$ 2) $aB - Ab \neq 0$; $K > 0$, 3) $aB - Ab = 0$;

Если $D = 0$, то имеем два типа графиков: $aB - Ab = 0$ и $aB - Ab \neq 0$.

Если $D < 0$ — два типа графиков: $aB - Ab = 0$ и $aB - Ab \neq 0$.

Для функций, у которых $a = 0$, $b \neq 0$, два типа графиков: $K < 0$ и $K > 0$.

Далее, в работе описана техника «ласточкиного хвоста» для выпуклых кусков графика, которая позволяет разбить плоскость на области, откуда можно провести 0, 1 или 2 касательных к выпуклому куску графика.

Для каждого из 9 типов графиков построена *диаграмма касательных*. Принцип её построения состоит в следующем: точки плоскости закрашиваются одним цветом, если из них можно провести одинаковое число касательных к кривой.

Тем самым, в работе составлен атлас диаграмм касательных для выделенных типов графиков дробно-квадратичных функций.

Список литературы:

1. Н.Я. Виленкин, С.И. Шварцбурд. Математический анализ, М.: “Просвещение”, 1973 (глава III, параграф 2, пп. 5, 10-12).
2. И.М. Гельфанд, Е.Г. Глаголева, Э.Э. Шноль. Функции и графики, М.: “Наука”, 1986
3. Энциклопедия элементарной математики, книга III, Функции и пределы, М.-Л., ГТТИ, 1952 (статья В.Л. Гончарова “Элементарные функции действительного переменного”, гл. II, параграфы 15-16).

4. А.Н. Колмогоров, В.В. Вавилов, И.Т. Тропин, Физико-математическая школа при МГУ. — М.: Знание, 1981. -64с. — (Новое в жизни, науке и технике. Сер. «Математика, кибернетика», №5). <http://bookre.org/reader?file=447176&pg=43>
5. Вавилов В.В., Мельников И.И., Диаграмма касательных. — Журнал «Квант», №5, 1978.

О СУММАХ РАССТОЯНИЙ И ИХ СТЕПЕНЕЙ ДО ВЕРШИН ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА

Корепанова Дарья

*11 класс, Специализированный учебно-научный центр (факультет) —
школа-интернат имени А.Н. Колмогорова МГУ имени М.В. Ломоносова*

Научный руководитель: проф. каф. мат. СУНЦ МГУ В.В. Вавилов

Пусть $A_1A_2...A_n$ — правильный многоугольник, вписанный в окружность единичного радиуса и P — произвольная точка этой окружности.

Основными результатами работы являются следующие:

Если n — нечетное число, то сумма расстояний от точки P до вершин многоугольника $A_1A_2...A_n$ с нечетными номерами равна сумме расстояний от точки P до вершин с четными номерами.

Для любого числа $m = 1, 2, \dots, (n-1)$ имеет место равенство

$$\sum_{k=1}^n PA_k^{2m} = n \cdot C_{2m}^m,$$

и, тем самым, суммы расстояний указанных степеней от точки P до всех вершин многоугольника $A_1A_2...A_n$ не зависят от выбора точки P на окружности.

Основу доказательства приведенных утверждений составляет метод суммирования значений тригонометрических функций в точках некоторых арифметических прогрессий.

В работе представлены чисто геометрические доказательства первого утверждения для случаев $n = 3$ и $n=5$.

Утверждения, аналогичные второму из приведенных выше, установлены также и для случая, когда точка P фиксирована и расположена вне единичной окружности.

Автор благодарна В.В. Вавилову и И.Ю. Селивановой за постановку задач и помощь в работе.

Список литературы:

1. В.В. Прасолов, Задачи по алгебре, арифметике и анализу. —М.: МЦНМО, 2011.
2. Б.Н. Делоне, О.К. Житомирский, Задачи по алгебре. —М.-Л.,ОГИЗ, 1949.

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ НА МОЗАИКАХ

Звягинцева Дарья

10 класс, Специализированный учебно-научный центр (факультет) — школа-интернат имени А.Н. Колмогорова МГУ имени М.В. Ломоносова

Научный руководитель: проф. каф. мат. СУНЦ МГУ В.В. Вавилов

В работе рассмотрены три правильные мозаики, т.е. мозаики, состоящие из одинаковых правильных многоугольников без наложений, в вершинах которых встречается одинаковое число таких же многоугольников.

Для каждой из мозаик был рассмотрен вопрос о том, какие правильные многоугольники на них можно расположить так, чтобы все его вершины находились в узлах мозаики.

Также мы ознакомились с математическим понятием «решетка». Точечной решеткой на плоскости называют множество всех точек пересечения двух семейств параллельных прямых, разбивающих плоскость на равные параллелограммы. Понятие решетки на плоскости является мощным средством, которое позволяет задачи алгебры, анализа, теории чисел переводить на геометрический язык и наоборот – задачи дискретной геометрии облекать в аналитическую форму. Уже простая решетка послужила Гауссу отправной точкой для сравнения площади круга с числом точек с целыми координатами, находящихся внутри него.

Решетки имеют ряд простейших свойств. Одно из них, правило параллелограмма: если три вершины параллелограмма являются узлами решетки, то и четвертая его вершина – также узел решетки. Это важнейшее свойство используется во многих доказательствах, которые приведены в работе.

В работе приведены доказательства того, что на мозаике, состоящей из квадратов можно расположить только квадрат, и ни один другой правильный многоугольник; на мозаике из правильных треугольников можно расположить только правильный треугольник и правильный шестиугольник; на мозаике из правильных шестиугольников также только правильный шестиугольник и правильный треугольник.

Список литературы:

1. В.В. Вавилов, А.В. Устинов, Многоугольники на решетках. – М.: МЦНМО, 2006.
2. В.В. Вавилов, Мозаики на плоскости. – Журнал «Потенциал», № 5, 2012.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕЙЗЕРА

Тихонов Михаил

11 класс, Специализированный учебно-научный центр (факультет) — школа-интернат имени А.Н. Колмогорова МГУ имени М.В. Ломоносова

Научный руководитель: Могилевский Евгений Ильич, к.ф.-м.н.,
старший научный сотрудник СУНЦ МГУ

Внимание многих исследователей привлекает изучение природных явлений, для этого производятся наблюдения, составляются модели, на основе которых делаются предсказания.

В [1] описаны лабораторные модели гейзеров, созданные в СУНЦ МГУ. Лабораторная модель сильно отличается от природного гейзера, однако качественно отражает принцип его работы. Тонкая длинная трубка заполнена водой и подогревается на небольшом участке в нижней части. Верхний конец трубки выведен в резервуар с холодной водой. Наблюдались аperiodические выплески воды — извержения, получена функция распределения интервалов между извержениями.

Цель данной работы — численно оценить период извержений и его зависимость от начальных возмущений для такой экспериментальной установки.

Рассмотрено конвективное течение вязкой жидкости в длинном узком вертикальном канале [2]. Для данных уравнений имеется решение, при котором течение жидкости отсутствует. Внесение малых возмущений порождает конвективное течение, определяющее теплоотвод от места нагрева и время, необходимое для закипания воды. Стенки полагаются теплоизолированными всюду, кроме области прогрева, скорость жидкости малой, а температура представляется в виде суммы линейно зависящего от продольной координаты основного поля и малой добавки, зависящей от радиуса. Решается нестационарная одномерная задача для определения эволюции возмущений с помощью метода конечных разностей, явной схемы Эйлера.

Получена численная оценка на период извержений.

Список литературы:

1. Быковникова Т., Докукина А. Модели гейзера // Потенциал. 2008 № 9
2. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости, — М.: «Наука», 1972

ОБ ОДНОЙ ДИСКРЕТНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ В ПРОСТРАНСТВЕ БЕСКОНЕЧНО ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Подлужный Иван

11 класс, Академическая гимназия при СПбГУ, г. Санкт-Петербург

Научный руководитель: Флоринский Александр Алексеевич,
доцент СПбГУ, кандидат физико-математических наук

Целью данной работы является исследование последовательностей гладких функций вида $g_{n+1}(x) = f(x, g'_n(x))$, где начальная функция $g_0(x)$, как и функция двух переменных f предполагаются бесконечно дифференцируемыми. Исследуются некоторые вопросы об ограниченности и сходимости подобных последовательностей функций, классы их верхних и нижних огибающих и их связь с решениями дифференциальных уравнений вида $y' = f(x, y')$, а также аналогичных дифференциальных неравенств, при ряде дополнительных ограничений на функцию f .

Список литературы:

1. R. P. Boas «When is a C^∞ function analytic?» Math. Intellegencer 11, №4, 1989, 34-37.
2. Б. М. Макаров, М. Г. Голузина, А. А. Лодкин, А.Н. Подкорытов «Избранные задачи по вещественному анализу», С.-Петербург, 2004 г.

ЗАДАЧА ТОМСОНА ДЛЯ ТРЕХ И ЧЕТЫРЕХ ЗАРЯДОВ

Масленникова Елизавета

9 класс, МБОУ «Физико-математический лицей», г. Сергиев Посад

Научный руководитель: Забавин Валерий Николаевич,
ФГУ «12 ЦНИИ Минобороны России», начальник лаборатории,
старший научный сотрудник, доктор физико-математических наук

В начале XX века, конструируя модель атома, английский физик Джозеф Джон Томсон рассматривал задачу о равновесном расположении зарядов на сфере. После открытия атомного ядра эта задача была отложена, а в последнее время вновь привлекла к себе внимание математиков [1,2]. В некоторых случаях равновесное расположение известно (для небольшого числа зарядов). В части этих случаев равновесность доказана. В работе [1] сообщается, что для трех и четырех зарядов доказательства выполнены с помощью неравенств

между средним арифметическим, средним геометрическим и средним гармоническим, но самого доказательства не приводится.

Цель работы: доказать равновесность известного расположения на сфере трех и четырех одинаковых зарядов.

Вывод: доказана равновесность известного расположения на сфере одинаковых зарядов для трех зарядов (правильный треугольник, плоскость которого проходит через центр сферы) и четырех зарядов (правильный тетраэдр).

Список литературы:

1. Н. Н. Андреев, В. А. Юдин. Экстремальные расположения точек на сфере // Математическое просвещение (третья серия). Вып. 1 – М.: МЦНМО, 1997.
2. В. А. Юдин. Минимум потенциальной энергии точечной системы зарядов // Дискретная математика. 1992. Т. 4. Вып. 2.

ЦЕНТРАЛЬНАЯ ТОЧКА ТРЕУГОЛЬНИКА, СВЯЗАННАЯ С НЕКОТОРЫМ ЭКСТРЕМУМОМ

Тимофеев Даниил

9 класс, МБОУ «Физико-математический лицей», г. Сергиев Посад

Научный руководитель: Забавин Валерий Николаевич,
ФГУ «12 ЦНИИ Минобороны России», начальник лаборатории,
старший научный сотрудник, доктор физико-математических наук

Точка называется центральной, если её барицентрические координаты как функции длин сторон обладают свойствами цикличности, симметрии по двум аргументам и однородностью [1].

Цель работы: узнать, является ли центральной точкой треугольника центр вписанного в него равностороннего треугольника минимальной площади (цель работы подсказана наблюдением, что большинство замечательных в интуитивном смысле точек треугольника являются центральными [1]).

Показано что эта точка имеет барицентрические координаты (выраженные через длины сторон и радиус описанной окружности)

$$p:q:r = a * (\sqrt{3} * a * R + b * c) : b * (\sqrt{3} * b * R + a * c) : c * (\sqrt{3} * c * R + a * b).$$

Вывод: полученные координаты удовлетворяет условиям, сформулированным выше, значит, найденная точка – центральная.

Список литературы:

1. А. Г. Мякишев. Элементы геометрии треугольника. Библиотека “Математическое просвещение” Вып. 19.-М.:МЦНМО, 2002.
2. <http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html>

ПОСТРОЕНИЕ КАСАТЕЛЬНЫХ К КОНИЧЕСКИМ СЕЧЕНИЯМ, ЗАДАННЫМ ВЕРШИНАМИ И ФОКУСАМИ

Товкес Артем

11 класс, МБОУ «Физико-математический лицей», г. Сергиев Посад

Научный руководитель: Забавин Валерий Николаевич,
ФГУ «12 ЦНИИ Минобороны России», начальник лаборатории,
старший научный сотрудник, доктор физико-математических наук

В книге «Всеобщая арифметика или книга об арифметических синтезе и анализе» [1] Исаак Ньютон для конического сечения, проходящего через пять заданных точек, построил его фокусы и вершины (задача LIX). Вопрос о построении касательных к нему Ньютон не ставил.

Цель работы: циркулем и линейкой построить касательные к коническому сечению, заданному фокусами и вершинами: проходящую через заданную точку на коническом сечении, проходящую через заданную точку вне конического сечения, параллельную заданной прямой.

В работе предложены способы построения касательных в случаях, перечисленных в цели работы.

Список литературы:

1. И.Ньютон. Всеобщая арифметика или книга об арифметических синтезе и анализе. Издательство Академии Наук СССР, 1948.
2. А.В.Акопян, А.А.Заславский. Геометрические свойства кривых второго порядка. М.: МЦНМО, 2011.
3. В.В. Прасолов. Задачи по планиметрии. М.:МЦНМО, 2007.

ОБ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ ОПИСАННЫХ МНОГОГРАННИКОВ

Меркулова Анастасия

11 класс, МБОУ «Физико-математический лицей», г. Сергиев Посад

Научный руководитель: Забавин Валерий Николаевич,
ФГУ «12 ЦНИИ Минобороны России», начальник лаборатории,
старший научный сотрудник, доктор физико-математических наук

Известно, что из всех описанных около окружности n -угольников наименьшую площадь имеет правильный n -угольник. Ясно, что аналогичное утверждение для описанных многогранников не может быть верным, так как правильных многогранников пять.

Цели работы: выяснить, существует ли описанный n -гранник меньшего объёма, чем правильный n -гранник; выбрать комбинаторный тип n -гранника и найти описанный n -гранник такого типа наименьшего объёма.

Выводы: приведён пример описанного n -гранника, объём которого меньше, чем объём правильного n -гранника; найден описанный пятигранник комбинаторного типа «четырёхугольная пирамида» наименьшего объёма.

Список литературы:

1. *Понарин Я.П.* Элементарная геометрия: в 2т. – т.1: Планиметрия, преобразования плоскости. - М.: МЦНМО, 2004.
2. *Понарин Я.П.* Элементарная геометрия: в 2т. – т.2: Стереометрия, преобразования пространства. - М.: МЦНМО, 2006.
3. *Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М.* Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (стереометрия). – М., Физматлит, 2000.

ПО МОТИВАМ ТЕОРЕМЫ НАПОЛЕОНА

Карпушина Валерия

11 класс, МБОУ «Физико-математический лицей», г. Сергиев Посад

Научный руководитель: Гавриленко Галина Юрьевна,
МБОУ «Физико-математический лицей», учитель математики

Цель работы: исследование расширенной теоремы Наполеона и существования шестиугольника Наполеона.

В моей работе рассмотрены следующие утверждения:

Утверждение 1: на сторонах произвольного треугольника внешним (внутренним) образом построили правильные треугольники. Если соединить их центры и точки пересечения медиан в треугольниках, две вершины которых – вершины правильных треугольников, а третья – вершина данного треугольника, то получится правильный шестиугольник.

Утверждение 2: на сторонах центрально симметричного шестиугольника внешним (внутренним) образом построены правильные треугольники. Если соединить вершины построенных правильных треугольников, взятых через одну, то получится еще один правильный треугольник. Середины отрезков, соединяющие попарно вершины всех правильных треугольников, будут являться вершинами правильного шестиугольника.

Существует и разобрано много способов доказательства теоремы Наполеона, а также аналогичной задачи для четырехугольника. В учебнике Прасолова В.В. «Задачи по планиметрии» представлено доказательство

теоремы Наполеона для центрально-симметричного шестиугольника через преобразования.

Я разобрала все эти утверждения и представила в данной работе другие способы доказательства для центрально-симметричного шестиугольника (с помощью комплексных чисел, координатным способом). Также в моей работе приведены доказательства расширенной теоремы Наполеона различными способами (доказательство приведено с помощью геометрических преобразований, координатным способом и с помощью комплексных чисел).

Данная работа может быть представлена на уроках геометрии при демонстрации использования различных методов доказательства и решения задач.

Методы: Теоретические.

Эта работа расширила мои знания о Наполеоне. Мною изучена теорема Наполеона и представлены доказательства двух утверждений, основанных на теореме Наполеона.

Список литературы:

1. http://www.cut-the-knot.org/proofs/napoleon_intro.shtml
2. Планиметрия. Пособие для углубленного изучения математики. В.Ф. Бутузов, С.Б.Кадомцев, Э.Г.Позняк, С.А.Шестаков, И.И.Юдина. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2005. -488 с.
3. Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (планиметрия). 3-е издание.- Б.: ФИЗМАТЛИТ, 2000.- 336 с.
4. Энциклопедический словарь юного математика, Савин А. П., издательство: Педагогика, 1985. – 298 – 299 с.

ДИОФАНТОВО УРАВНЕНИЕ А.А.МАРКОВА

Бетрзова Берта

*9 класс, МБОУ ордена «Знак Почета» гимназия №5 им. Луначарского А.В.,
ВЦНМО, г. Владикавказ*

Научный руководитель: Каболова Елена Владимировна,
МБОУ гимназии №5, учитель математики

В работе исследовано диофантово уравнение А.А.Маркова

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz.$$

Цель работы – установить свойства решений уравнения.

В ходе исследования посредством компьютерного программирования проводился математический эксперимент для анализа решений уравнения. Написанная автором программа находит решения уравнения в ограниченном

промежутке изменения переменных x, y, z , анализирует и систематизирует решения в виде дерева.

Для аналитических доказательств свойств решений уравнения использовались методы теории чисел, теорема Виета, метод математической индукции.

Результатом проведенного исследования являются доказательства нижеприведенных утверждений (доказательства утверждений 3, 4, 5 авторские).

1. Если (x, y, z) – решение уравнения, то $(-x, -y, z)$ также является решением.
2. Если (x_1, y_1, z_1) – решение уравнения, то найдется целое число z_2 такое, что (x_1, y_1, z_2) также будет решением уравнения.
3. Все решения уравнения порождаются решением $(1, 1, 1)$.
4. «Особенных» решений, то есть решений, порождающих только одно решение, кроме троек $(1, 1, 1)$, $(1, 1, 2)$ не существует.
5. Левая ветвь $(1, x, y)$ дерева решений полностью состоит из чисел Фибоначчи с нечетными номерами: $(1, \varphi_{2n-1}, \varphi_{2n+1}), n \in \mathbb{N}$.

Список литературы:

1. Журнал «Квант» 1985, №4. Статья «Диофантово уравнение А.А.Маркова»;
2. А. В. Деревянкин «Числа и многочлены», МГУ, 2008.
3. Сгибнев А.И. Исследовательские задачи для начинающих М.: Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО), 2013. – 76 с.
4. XI региональная научно-практическая конференция «Колмогоровские чтения» - 1 место, г. Владикавказ, 2015.

НАГЛЯДНЫЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА

Фергалюк Валерия, Загородникова Ольга
9 класс, МБОУ СОШ №2, г. Новосибирск

Научный руководитель: Солодухина Наталья Евгеньевна,
учитель математики высшей категории

Проблема: ненаглядное доказательство теоремы Пифагора, непонимание, как она работает в реальной жизни.

Цель: привести наиболее наглядные доказательства теоремы Пифагора.

Задачи:

- Изучить историю вопроса
- Рассмотреть различные способы доказательства теоремы
- Изготовить макет

Объект исследования: теорема Пифагора.

Предмет исследования: различные наглядные способы доказательства теоремы Пифагора.

Гипотеза: теорему Пифагора можно доказать наглядными способами.

Методы: моделирование, анализ.

Данная работа может быть полезна ученикам школ, так как обучение восприятию именно наглядных доказательств помогает развивать пространственное воображение.

Результаты исследования: рассмотрены и приведены наиболее наглядные доказательства теоремы Пифагора, изготовлен макет.

Список литературы:

1. Глейзер, Г.И. История математики в школе.
2. Колосов, А.А. Книга для внеклассного чтения по математике в старших классах.

О РОСТЕ В СРЕДНЕМ ФУНКЦИИ ЭЙЛЕРА ДЛЯ КОЛЬЦА ВЫЧЕТОВ ГАУССОВЫХ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Юргин Григорий

10 класс, ГБОУ лицей "Вторая школа", г. Москва

Научный руководитель: Бибииков Павел Витальевич

Целью данной работы является изучение роста в среднем функции Эйлера, определённой для колец вычетов гауссовых целых чисел.

Напомним, что классическая функция Эйлера ставит в соответствие натуральному числу !!! количество обратимых элементов в кольце вычетов. Ранее в работе [1] были рассмотрены матричные обобщения функции Эйлера. В данной работе мы рассмотрим другое её обобщение, связанное с *кольцом вычетов гауссовых целых чисел*.

По аналогии с классической функцией Эйлера можно доказать следующие свойства функции :

Теорема 1. Если - простое, то

Теорема 2. Если , то ;

Теорема 3. Если - разложение на простые, причём , то

Наконец, имеет место следующая теорема, описывающая рост в среднем функции:

Теорема 4. Имеет место следующая асимптотика:

Замечание: теоремы 1-3 можно обобщить, а именно, можно рассматривать кольца, где является корнем некоторого многочлена с целыми коэффициентами.

Автор благодарит П. В. Бибикова за постановку задачи и ценные замечания.

Список литературы:

1. Д. Байгушев. *О росте в среднем матричной функции Эйлера* // Труды Казанского математического общества им. Н. И. Лобачевского, **44**, 2013

МАТЕМАТИКА КАРТОЧНЫХ ИГР

Нурсултан Жексембаев

10 класс, РСФМШИ им. Жаутыкова, г. Алматы

Научный руководитель: Туленбаев Кайсар, доцент, к.ф.-м.н.,
Университет имени Сулеймана Демиреля

Данный научный проект посвящен применению теории нечетких множеств для принятия решений при игре в преферанс. В последнее время нечеткое управление является одной из самых активных и результативных областей исследований применения теории нечетких множеств. Именно это делает эту тему актуальной, интересной и новой для изучения. Цель данной работы – изучение возможности применения нечеткой логики как инструмента для принятия решений в карточной игре преферанс.

Предметом изучения работы является теория нечетких множеств. Объект изучения работы – методы теории нечетких множеств, применяемые для принятия решений в карточной игре преферанс.

Таким образом, задачи нашего проекта:

- 1) Дать теоретическое описание нечетких множеств;
- 2) Рассмотреть пример описания неопределенности с помощью нечеткого множества;
- 3) Сравнить практические методы принятия решений с помощью нечеткой логики;
- 4) Выявить преимущества данных методов на основе полученных результатов.

Список литературы:

1. Орлов А.И. Теория принятия решений. Учебное пособие / А.И. Орлов. – М.: Издательство «Экзамен», 2005. – 656 с.
2. Борисов А. Н., Кроумберг О. А., Федоров И. П. Принятие решений на основе нечетких моделей: примеры использования. – Рига: Зинатве, 1990. – 184 с.

3. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике — М.: Финансы и статистика, 2000. — 368 с.
4. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта/Под ред. Д. А. Поспелова. — М.: Наука, 1986. — 312 с.

ROOTS OF PUNCTURED POLYNOMIALS ON $\mathbb{Z}_p$ AND APPLICATIONS IN SECURITY PROBLEMS

**Mr. Arithat Thanakulitthirat^{1*}, Mr. Napat Thumwanit¹,
Mr. Supanut Meesawat¹, Sompong Jitman² and Aunyarut Bunyawat¹**
¹*Department of Mathematics, Mahidol Wittayanusorn School, Nakhon Pathom,
73170, Thailand*
²*Department of Mathematics, Faculty of Science, Silpakorn University, Nakhon
Pathom, 73000, Thailand*
**e-mail: euler-fermat@hotmail.com*

Nowadays, passwords are very crucial in security system. As we know, there are many ways to create passwords, but in our project we will focus on the way that passwords can be created and divided to each people who has an authority to open a security system. From the dividing of passwords, minor group of people, who has an authority can open without using all passwords. However, we create passwords with an idea of punctured polynomials on field of prime number p . By using coefficients of polynomials to be passwords, each people will get one coefficient or number as his or her password. And we are interested in how to generate passwords which have more than 3 digits. So far, for each prime number we can generate password on field of prime number p as follows. For 3 digits password, the number of password is $p(p^2 - 2p + 2)$. For 4 digits password, the number is more than $p^3 - p^2 + p$. And for any n digits password, the number is more than $p^{n-2} + \frac{1}{2}(p-1)^2(p+1)$.

STUDY OF OVERLAPPED TRIANGLES WITH THE MAXIMAL OVERLAPPED AREA UNDER TRANSLATION AND ROTATION

**Poom Lertpinyowong^{1*}, Nawapan Wattanawanichkul¹, Krittamed Lengrugsa¹,
Sittichoke Som-am¹ and Wacharin Wichiramala²**

*¹Department of Mathematics, Mahidol Wittayanusorn School, Nakorn Pathom,
73170, Thailand*

*²Department of Mathematics and Computer Science, Faculty of Science,
Chulalongkorn University, Bangkok, 10330, Thailand*

**e-mail:poom_sk134@hotmail.com*

Problems about overlapped area are also one of the problems that many mathematicians have studied for decades. In this research, the maximal overlapped area of two arbitrary triangles under translation and rotation were studied. Reflection is not allowed during the process of the research. First, we observed the arrangement of two arbitrary triangles that maximized the overlapped area by using The Geometer's Sketchpad (GSP) and made some conjectures. The results showed that the maximal overlapped area of two triangles that one cannot cover another one occurs when one side of each triangle lies on the same line, overlapping each other, or when two triangles form a star-shaped. In the first case, we could find the unique position of the triangles that gave the maximal overlapped area. However, in the second case, it might require more tools to help us finding the position that give the maximal overlapped area. That is an interesting topic that needs further clarification.

Отпечатано 24 апреля 2015 года.
Издательский центр СУНЦ МГУ,
Г. Москва, ул. Кременчугская, д.11, 107-Б.