

Третий тур. Девятый класс

1. Найдите все натуральные значения N , при которых число 4100 при делении на N даёт остаток 5, а при делении на $N + 1$ – остаток 4.
2. Выпуклый пятиугольник $ABCDE$ таков, что $\angle DAC = \angle DBE$, $\angle ACE = \angle BEC$. Докажите, что если $AC < BE$, то $AD < BD$.
3. Восемь учеников 11"Ж"класса смотрели восьмисерийный сериал. Оказалось, что каждую серию видело ровно пятеро из них. Докажите, что найдутся два таких ученика, что каждую серию смотрел хотя бы один из них.
4. Последовательность чисел $\{a_i\}$ определена следующими условиями: $a_1 = 100$, $a_n = a_{n-1} + \frac{1}{a_{n-1}}$ для всех натуральных $n > 1$. Найдите $[a_{2015}]$. (Как обычно, $[x]$ – наибольшее целое число, не превосходящее x .)
5. В свободные клетки шахматной доски по одной выставляются чёрные и белые ладьи. Чёрная выставляется на поле, побитое в этот момент чётным количеством ладей, а белая – на поле, побитое нечётным числом ладей. Какое наибольшее количество из 64 выставленных ладей могут оказаться белыми?